

Matemáticas activas (2-6 años)



Catherine Berdonneau

Biblioteca de Infantil 24



Matemáticas activas (2-6 años)

Catherine Berdonneau

Matemáticas activas (2-6 años)

Biblioteca de Infantil 24 GRAÓ

Título original: *Mathématiques actives pour les tout-petits*

Colección Biblioteca de Infantil
Directores de la colección: Vicenç Arnaiz y Cristina Elorza
Serie Didáctica de las matemáticas

Adaptación de las canciones: Andrea Giráldez

C/ Hurtado, 29. 08022 Barcelona
www.grao.com

1.ª edición: octubre 2008
ISBN: 978-84-7827-645-5
D.L.: B-45.978-2008

Diseño: Maria Tortajada
Impresión: Publidisa
Impreso en España

Índice

Agradecimientos

Este libro no habría podido escribirse si yo no hubiera tomado conciencia de la importancia de la manipulación en los aprendizajes matemáticos, sobre todo en los niños y niñas de corta edad: la primera que me inició en la reflexión sobre la elección de los materiales de apoyo de las actividades fue M. Prat, quien, como alumna de Hélène Lubienska de Lenval, me vincula a la tradición montesoriana: que encuentre en la lectura de este libro toda mi gratitud.

La materia de este libro se elaboró muy despacio, alimentada esencialmente por cuestiones que venían de la práctica docente: estoy en deuda con todos aquellos maestros y maestras de educación infantil con los que caminé codo con codo: Liliane Cam-Quinquis, en el origen de este libro, Évélyne Calce-Barre, que ha contribuido a un desarrollo importante sobre la geometría en el espacio, las señoras Cassagnaberre, Quilan, Lecesne, Bernabeu, maestras-formadoras de la región de la Seine Maritime, y las señoras Forti y Boivin, del Val d'Oise, las circunscripciones A.G.I.E.M. del Havre, de Évreux, De Rouen y de Hauts-de-Seine, los alumnos de formación inicial y los participantes en las actividades de formación continua.

Didier Lavallade y Françoise Cerquetti-Aberkane, con dos funciones muy diferentes, me han llevado a análisis profundos en los que, sin sus sugerencias, quizás yo no habría pensado.

Introducción: cuándo y cómo hacer matemáticas con alumnos de 2-6 años

En Francia, la enseñanza en la educación infantil se caracteriza por la globalidad de los aprendizajes que contiene. Al contrario de lo que sucede en las clases de primaria y secundaria, es sumamente raro que se pueda aislar, dentro de la jornada escolar de una clase de alumnos de 2 años, un momento en que el aprendizaje se centre exclusivamente en un concepto matemático dado. Sin embargo, la adquisición de competencias matemáticas no empieza en la universidad. El bagaje matemático que el niño o niña es capaz de crearse de los dos años y medio hasta los cinco y medio es sustancial y abarca varios campos: la formación del sentido lógico, el enriquecimiento del ámbito numérico, la estructuración del espacio y el descubrimiento de la geometría, el sistema de medidas; todos ellos son aspectos en los que la educación infantil está en condiciones de hacer progresar al niño a lo largo de los tres o cuatro años durante los cuales va a esas clases.

«Hacer matemáticas no es un deporte de simple espectador»: esto es válido tanto para los alumnos, ya sea los de educación infantil o en las etapas siguientes de la escolaridad, como para un adulto que ha hecho de ellas su profesión. Así mismo, afirmar que aprender matemáticas es resolver problemas significa, en primer lugar y ante todo, que hacer matemáticas es, esencialmente, actuar y no "discursear". En efecto, la parte puramente física de la actividad disminuye con la edad: el matemático casi no tiene otros movimientos funcionales en su actividad matemática que el manejo de un lápiz o del teclado de ordenador, mientras que el niño de educación infantil encontrará la forma de hacer matemáticas llevando objetos de un sitio a otro, subiéndose a unas espalderas o metiéndose en una cabaña. Nos queda toda la actividad intelectual: parte de una acción sobre la que se inicia una reflexión. Para el

matemático, el punto de partida es, generalmente, una conjetura: tiene que reunir todas las hipótesis, es decir, los datos de la situación, y aplicar después razonamientos lógicos, que van a permitirle establecer propiedades nuevas mediante una demostración; después viene una fase en la que se trata de pasar sus deducciones a limpio, de forma que pueda comunicar a otros el teorema que acaba de demostrar. En el caso de los niños y niñas de educación infantil, se trata generalmente, en primer lugar, de reconstruir mediante el pensamiento la sucesión de hechos que acaban de producirse y, entre distintas posibilidades, escoger la que les parece más pertinente, especificando, si es posible, las razones de su elección; el paso de la acción a la reflexión se realiza progresivamente y contribuye a la elaboración de las representaciones mentales, sin las que ninguna actividad intelectual es posible.

El momento adecuado

A lo largo de toda la jornada escolar el docente puede encontrar materia para proponer actividades matemáticas a sus pequeños alumnos. Vamos a pasar revista a los momentos más adecuados; los mencionamos a título indicativo: naturalmente, no es indispensable, ni tampoco posible, trabajarlos todos cada día.

La entrada a la escuela

En algunas escuelas infantiles, el maestro o la maestra se hace cargo de los niños o niñas directamente en la clase, y su llegada puede escalonarse entre las 8.20 h y las 8.45 h, siendo el horario oficial a las 8.30 h (Ministerio de Juventud, Educación e Investigación, 2003, pp. 22-23). Cuando entran, se les proponen diversas actividades educativas que el docente ha preparado antes de abrir la escuela y que no necesitan su presencia, como materiales didácticos y juegos con los que ya están familiarizados, dejándoles amplia libertad de elección en lo que van a utilizar[1].

1. Ni que decir tiene que el tiempo de la entrada a la escuela no ha de ocuparse exclusivamente con actividades matemáticas: al contrario, nada impide prever actividades orientadas hacia la lectura de imágenes, el grafismo... Es de desear que esas actividades evolucionen a lo largo del curso escolar; pueden constituir un momento eficaz para ejercer competencias que se están adquiriendo.

Incluso si el maestro espera a los niños y niñas en el patio y entran todos juntos a clase, casi siempre es posible organizar un espacio para recibirlos: basta con colocar bien a la vista, encima de la mesa o en una alfombra, las actividades que se puedan realizar de forma autónoma y hacer que los niños y las niñas se dirijan allí en cuanto hayan acabado de quitarse el abrigo (y los zapatos, si fuera necesario). Como los niños y las niñas han sido escogidos por el docente para un rincón de actividades que no requieren su intervención directa, él, si se queda en la puerta de la clase, puede vigilar a la vez el vestuario y las actividades de entrada.

Por otra parte, el aliciente de lo que van a encontrarse en clase puede animar a algunos «remolones» a ser autónomos con más rapidez en quitarse el abrigo, colgarlo en la percha y, si es necesario, quitarse los zapatos y ponerse las zapatillas. Además, la actividad inicial, que canaliza la atención de niños y niñas, evita los grupitos bulliciosos, charlatanes e incluso agresivos. Esta organización permite, por otra parte, crear una especie de sala de descompresión entre la familia –a menudo muy estresante por la mañana, pues los adultos tienen la mirada puesta en el reloj y riñen a veces con brusquedad a sus hijos– y la escuela. Y claro, luego hay que organizar una transición entre esa actividad inicial y la actividad siguiente, generalmente una primera agrupación en un rincón preparado para tal fin; tenemos una transición de ese tipo cuando se cierran los talleres y hay que llevar a todos los niños a un lugar determinado de la clase.

En una clase en que el maestro titular y el auxiliar[2] acostumbran a repartirse bien sus tareas, en el respeto de la especificidad de cada función, es perfectamente posible delegar en el auxiliar el rol de las relaciones con los padres y la vigilancia de la entrada de los niños, y aprovechar ese momento para iniciar el aprendizaje de algo determinado con un grupo reducido de niños, ya sea dando preferencia a los que necesitan, en general, mayor atención por parte del maestro, o bien controlando que, en un tiempo concreto, todos los niños puedan disfrutar de ese momento especial. Para ello, el docente se pone en una mesa en un lugar apartado de la clase con los niños implicados, para poder estar un poco ais-

2. N. de la T.: en francés «ATSEM»: Agente Territorial de Servicio de las Escuelas de Educación Infantil. Se encarga de ayudar al maestro en las clases de educación infantil en la entrada a la escuela, en las actividades educativas y en la higiene de los niños. Sería el equivalente de un «auxiliar de educación infantil» o «maestro de apoyo».

lados de las idas y venidas y para disponer de un clima apropiado. En el momento de la primera reunión de todo el grupo, el auxiliar comunica al docente el resumen de las informaciones que se hayan podido obtener de los padres.

Los momentos de transición

Después de la entrada escalonada, o cuando se cierran los talleres, hay que llevar a todos los niños a una zona determinada del aula: eso es sobre todo importante para los más pequeños: los rituales de transición, de inicio de una clase, de fin de una clase, dan seguridad y son educativos. Tenemos que planificarlos bajo esta perspectiva y cambiarlos a lo largo del curso para que no se conviertan en actividades absurdas y rígidas (Ministerio de Juventud, Educación e Investigación, 2003, p. 22). Si pretendemos que esta fase sea rápida y no degenere en desorden y quejas, un buen sistema es dirigir la atención hacia lo que sucede en el espacio en el que debe tener lugar la reunión del grupo. Por ejemplo, el docente está sentado (en una silla o en uno de los bancos de ese rincón), y les enseña a los que están cerca de él algo que el resto de la clase no puede ver. La curiosidad natural de los más pequeños les hace acercarse para ver; basta con –algo que es más fácil decir que hacer– ajustarse a una norma establecida: sólo se puede ir al lugar de reunión si se ha colocado el trabajo que se está haciendo en el rincón en el que tiene que ponerse. Además, esta actividad contribuye a volver al orden y evita que tengamos que esperar, muchas veces en vano, el silencio.

Es indispensable que la clase disponga de numerosos muebles para guardar el material (que en caso extremo podemos fabricar con un coste menor a partir de tablas, contrachapados, cajas de detergente...) para colocar los materiales y los juegos, los trabajos personales de los niños, los útiles comunes como por ejemplo tijeras, lápices y rotuladores; y también es necesario presentar lo más pronto posible, una vez iniciadas las clases, las normas de conducta indispensables para el funcionamiento correcto de una comunidad importante de niños pequeños. Aprender a dejar en su sitio lo que se acaba de utilizar es una de las primeras lecciones... y además un momento adecuado para un baño lingüístico: es por lo tanto muy de desear que sean los niños mismos los que ordenen las cosas –lo que a su edad pueden ver como una actividad entretenida y no como una carga–, y que no sea un adulto quien lo haga por ellos.

Para que este espacio dentro de la clase sea un lugar que permita un trabajo real, ha de ser lo bastante amplio para que los alumnos y alumnas estén cómodamente sentados, sin estar apretujados unos contra otros. Si se tiene que colocar a los niños y niñas en varias filas (algo que favorece menos la comunicación entre ellos), es imprescindible que cada uno pueda ver bien lo que se les presenta, sin que los otros le molesten: prever sillas más bajas para los que están delante, o hacerlos sentar en el suelo, especialmente si éste está enmoquetado o tiene una alfombra[3].

A falta de una clase lo bastante amplia, el espacio de reunión tiene que ser utilizado a menudo para otras actividades del día. En ese caso se tiene que controlar que las actividades que tengan lugar en él no dejen «tentaciones» que provoquen la falta de atención de los alumnos a la hora del trabajo colectivo, por ejemplo: las cajas de construcciones han de guardarse o ponerse en un estante, la alfombra con caminos dibujados para los cochecitos tiene que estar enrollada y los coches han de ponerse fuera del alcance de la mano de los niños pequeños...

Las actividades rituales

Poner al día la lista de los que han venido a clase, decidir los responsables del día y comprobar los que han faltado son momentos cotidianos en los que familiarizarse con las relaciones de equivalencia, las cantidades o las series. Parte de las manipulaciones correspondientes pueden realizarse desde el momento de la entrada a clase[4] como si se tratase de cargos, dando la posibilidad a los niños (especialmente a los más tímidos) de actuar de manera más o menos confidencial; en este caso, el tiempo de los rituales consiste en un diálogo sobre la pertinencia de las opciones elegidas, de los resultados expuestos...

3. Hace más de veinte años que muchos inspectores del Ministerio de Educación insisten en los problemas de higiene planteados por el revestimiento del suelo. Pasar la escoba o el aspirador no tiene efecto sobre las bacterias, los microbios o los ácaros. Lo ideal sería que se pudieran limpiar de manera eficaz todos los elementos textiles (lavados, en la medida de lo posible, a una temperatura de al menos 60º) varias veces al año.
4. Hay que controlar que no sean siempre los mismos niños los que se encarguen de esta actividad, y que todos tengan la oportunidad de hacerlo varias veces.

En todos los casos, lo esencial es que el momento de los rituales constituya, no una rutina banal repetida todos los días en la que –tanto adultos como niños– no vean cambio alguno a lo largo de los meses, sino un momento realmente educativo durante el que evitamos dar la impresión de que tenemos que responder a adivinanzas: se trata siempre de explicitar nexos, a veces de formular hipótesis, dicho de otra manera, de razonar. Para mantener el interés de los niños y niñas a lo largo del curso, puede ser de utilidad introducir de vez en cuando algunas novedades o variantes, puntuales o de mayor duración.

Algunas actividades rituales están preferentemente reservadas a la mañana (puesta al día del calendario, recuento de los presentes, que a veces es oportuno realizar de nuevo por la tarde si un número importante de niños y niñas no se queda a comer en la escuela), otras pueden tener lugar en otro momento del día.

Las actividades en el aula de psicomotricidad

Es un lugar donde los niños y las niñas tienen que emplear todo su cuerpo. Si bien el objetivo pedagógico de la actividad debe ser fundamentalmente la psicomotricidad (se trata de desarrollar las competencias en carrera, salto, lanzamiento, equilibrio, etc.), nada nos impide definir una finalidad pedagógica secundaria en el ámbito de las matemáticas: hay que reservar un tiempo, bien mientras estamos aún en esta aula especializada –lo que es preferible en primer ciclo–, bien al volver a la clase habitual –sobre todo con los de 4-5 años y con los de 5-6 años–, para conseguir que la atención de niños y niñas pase del objetivo motor al aspecto matemático que interviene en la actividad.

Los talleres

El trabajo en talleres cuenta en la actualidad con la aprobación general en la mayoría de las clases de educación infantil. Permite variar las actividades centradas en una misma noción y hacer que los niños trabajen en grupos reducidos, en función de opciones didácticas variadas (gestión de la diversidad, trabajo de refuerzo). Para el maes-

tro o maestra es una de las formas de centrar su atención en un número relativamente restringido de niños y niñas –taller dirigido– lo que le permite poder observarlos de forma precisa y eficaz, mientras que los otros niños y niñas están inmersos en actividades que requieren únicamente una supervisión más discreta, confiando un grupo si es necesario al auxiliar, y cuya evaluación puede realizarse a posteriori –talleres autónomos, llamados así mismo talleres periféricos o talleres satélite–. Las dos dificultades esenciales para los maestros principiantes, y ello es aún más evidente en las clases de 2-3 años, radican, por una parte, en la selección de los contenidos y del material de apoyo para los talleres autónomos, de manera que puedan ser un verdadero tiempo de aprendizaje y no limitarse a actividades para tenerlos ocupados, y por otra parte, decidir a priori la duración prevista para su desarrollo.

Dependiendo de las escuelas, pueden constatarse numerosas modalidades en la organización de los talleres, y ningún argumento verdaderamente convincente permite establecer la superioridad de los talleres unidisciplinarios, ni siquiera de los uninocionales sobre aquellos en los que se practican al mismo tiempo actividades que conciernen a nociones múltiples de una misma disciplina de referencia o a distintas disciplinas: eso depende más bien de la tradición, de las costumbres o de los gustos personales.

Sería de desear, al menos a partir de los 3-4 años, que al enviarlos a un taller se les recuerde la tarea que tienen que realizar[5], y que después un balance de los resultados permita a los niños hablar del trabajo realizado, para intentar explicar las dificultades que han encontrado o las estrategias empleadas. El trabajo en talleres en sentido estricto está en medio de dos tiempos de trabajo con toda la clase dirigidos por el docente.

> No es necesario precisar que, para que sean realmente eficaces, tienen que realizarse en un ambiente de tranquilidad y, por lo tanto, sin ruidos parásitos. Unos niños tan pequeños tienen que ser muy sacrificados para estar atentos a las instrucciones del docente o a los comentarios de los compañeros si durante ese rato se oyen golpes de vasos en el rincón de pintura, o el ruido de papel arrugado de un adulto que está haciendo galletas...

5. Se puede enviar a cada grupo al taller después de haberles indicado el trabajo que tienen que realizar, o si se prefiere, presentarles a todos las tareas de cada uno de los grupos. En el primer caso, empiezan a trabajar primero los niños que tienen la tarea más larga, y después los que nos parece que van a terminar antes.

Las actividades funcionales y de práctica diaria

En educación infantil, los aprendizajes, incluso si se refieren a contenidos disciplinares, no se realizan exclusivamente por medio de ejercicios didácticos semejantes a los que encontramos habitualmente en las clases de primaria. Hace más de un siglo que el interés de los trabajos que se apoyan en la vida diaria se ha reconocido.

Un aire nuevo ha entrado en esta modalidad de puesta en práctica con la pedagogía de los proyectos, por el aporte de éstos a los aprendizajes, no sólo motores y sociales, sino también cognitivos.

Las actividades funcionales constituyen el comienzo de otra actividad (por ejemplo, traer el número de tijeras necesario para un taller) o encuentran su sentido en el servicio a la vida colectiva. Las actividades basadas en la vida diaria tienen una finalidad en sí mismas.

Las actividades sobre la vida diaria pueden dar lugar a dos enfoques muy diferentes: aprovechamiento y aplicación de los conocimientos matemáticos que se están aprendiendo, o que están incluso bastante asimilados ya, y resolución de un problema y tratamiento matemático de una situación. Por ejemplo, con los más pequeños, ir a buscar en una bandeja colectiva los vasos necesarios para preparar su mesa (de dos o tres niños), o una rebanada de pan para cada uno (de manera similar), representa el primer enfoque. Por el contrario, repartir equitativamente los Lacasitos –de una caja que contiene unos treinta– para adornar cinco fuentes de crema pertenece al ámbito del aprendizaje para la resolución de problemas: por supuesto, no proporcionamos los datos necesarios para su realización, sino que tienen que ser establecidos utilizando las informaciones de que disponen.

Además, hay que tener presente (Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994, pp. 9-10) que el enfoque del tratamiento matemático de una situación es muy complejo, y que con frecuencia los niños y las niñas no llegan a la abstracción del modelo matemático que el maestro les ha presentado. Por lo tanto, el resultado es un desajuste entre lo que el adulto identifica (estructura o propiedad matemática) y lo que perciben los alumnos y las alumnas, que se quedan en el nivel del contexto. Podemos calificar este malentendido como «efecto Jourdain».

El efecto Jourdain fue puesto de relieve por Guy Brousseau: consiste en ver en una actividad banal, un contenido científico que sólo es perceptible para quien dispone con anterioridad del conocimiento correspondiente y que se le escapa totalmente a quien practica la actividad. Igual que, en la obra de teatro de Molière *Le Bourgeois Gentilhomme*, M. Jourdain hablaba en prosa sin ser nunca consciente de ello y no aprendió casi nada fuera del término «prosa», cuando su profesor de filosofía se lo hace observar, del mismo modo, un niño que lleva dos galletas a cada uno de sus seis compañeros que están alrededor de la mesa para merendar no está por ello aprendiendo a multiplicar aunque el número de galletas necesarias (generalmente no previsto con antelación por este mismo niño) corresponda a 6 x 2, cifra evidente para el docente.

Del mismo modo, es perfectamente posible llevar a cabo a partir de la educación infantil, un verdadero aprendizaje de resolución de problemas.

Se trata en primer lugar de hacer que resuelvan, primero de manera empírica[6] y después anticipando el hecho mediante simulación o razonamiento, verdaderos problemas concretos, que se plantean, en efecto, en un momento u otro del transcurso de la clase.

Además, a partir de los 2 años se pueden plantear verdaderos problemas[7] de matemáticas de apariencia concreta muy limitada, inexistente incluso, que hagan referencia únicamente a objetos puramente matemáticos (las construcciones geométricas son un ejemplo de esto, pero otros ámbitos pueden también proporcionar temas de este tipo).

Las actividades funcionales y de la vida diaria pueden encontrar su sitio en distintos momentos (actividad espontánea o dirigida en un rincón de juego, propuesta por el docente a toda la clase o como taller) y realizarse de forma individual, colectiva o en grupos reducidos.

6. Se comienza y se termina una actividad; a posteriori, se juzga su pertinencia. En caso necesario, se ajusta, siempre que eso sea posible en ese momento.
7. Como complemento acerca de los «retos» (o situaciones-problema), véase por ejemplo Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994, pp. 59-61.

La reunión en grupo al final de la mañana

Igual que en el momento de entrar en la escuela, podremos variar los ámbitos de conocimientos que sirven de base a las actividades, y pensar que las matemáticas pueden también ser tema para una actividad apropiada en esta etapa difícil del día. El material pedagógico utilizado en los momentos de transición se puede volver a utilizar en ese momento –en el mismo campo cognitivo o para aprendizajes de otro tipo–. Podemos aprovechar también los álbumes: al contrario que un álbum «cuento», que muchas veces es muy frustrante para los niños y niñas tener que dejar antes de haber terminado la historia, la lectura de libros que traten de matemáticas, así como la lectura de otros documentos didácticos, puede en general interrumpirse fácilmente antes de la última página.

La siesta

En las clases de 2-3 años, así como en las de 3-4 años, si los niños y niñas están en la escuela por la tarde, suelen tener un rato de siesta[8]. Nunca se les debe imponer, y su duración puede variar; a partir de los 18 meses a algunos niños les basta con un ratito de descanso, sin acostarse, especialmente si su entorno familiar les permite un largo período (doce horas o más) de sueño nocturno, mientras que otros necesitan imperativamente dormir un buen rato. El despertar se produce de forma escalonada: es una oportunidad óptima para individualizar el aprendizaje con unos efectivos limitados, ya que los niños que están durmiendo sólo necesitan una ligera vigilancia (Ministerio de Juventud, Educación e Investigación, 2003, p. 25). En educación infantil, muchas escuelas aprovechan ese tiempo para trabajar en grupos pequeños: cada maestro, exceptuando el que vigila el dormitorio si no hay otro personal disponible para garantizar la seguridad, se encarga de

8. Una siesta de entre hora y media y dos horas, comenzando lo antes posible a mediodía después de comer (es decir, a partir de las 12.30 h en la hipótesis de que la comida haya empezado hacia las 11.45 h) permite a casi todos los niños y niñas estar despiertos hacia las 14.30 h o las 15 h, lo que deja todavía un tiempo razonable de trabajo para la tarde. Véase Ministerio de Juventud, Educación e Investigación, 2003, pp. 7 y 25.

un grupo reducido de niños y niñas, lo cual facilita la introducción de nuevos juegos o materiales... Recordemos que: «los expertos preconizan respetar el ritmo vigilia-sueño del niño, permitiendo a los más pequeños (de dos a cinco años) hacer la siesta. Sugieren no limitarla a los de 2-3 años: los más grandes pueden necesitarla también»[9].

La gestión del grupo-clase

La jornada escolar en la escuela infantil, más aún que en las clases de primaria, alterna trabajo colectivo, individual y semicolectivo. El trabajo individual es en general más bien silencioso, mientras que la actividad en talleres se presta más a los intercambios verbales.

Las actividades de grupo, salvo en contadas excepciones en que todos los niños están trabajando simultáneamente en una misma actividad (lo que sucede a veces en psicomotricidad), consisten principalmente en trabajos de grupo, momentos idóneos pero no únicos, para:

- Introducir novedades (materiales, juegos, álbumes, trabajos).
- Organizar el intercambio de resultados de las actividades (dar cuenta de los trabajos realizados, presentar resultados, compartir y comparar puntos de vista, comentar y analizar los trabajos realizados).
- Volver a tratar un tema (resumir un trabajo, para dar ganas de ir más allá, proponer variantes de un juego u otra manera de utilizar el material).

Para que sea eficaz, es imprescindible limitar su duración, estar atentos a que el uso de la palabra esté repartido equitativamente, controlar que mantengan la atención y, por supuesto, comenzar sólo si todos los niños están en el lugar de reunión[10].

9. Véase el estudio colectivo del INSERM (2001), dosier de prensa, p. 3; o la entrevista de François Testu, profesor de psicología en el boletín trimestral de información, 137, del ADOSEN (junio 2002). Para más detalles, consultar el informe del estudio colectivo, Ediciones INSERM, 2001, 106 páginas.
10. Para ello, podemos recurrir a actividades destinadas a despertar el interés por lo que sucede en el lugar de reunión del grupo. Proponemos algunas bajo la denominación de «Actividades de grupo».

La organización del espacio de una actividad dentro de la clase no condiciona forzosamente la forma de trabajar, individual o semicolectiva. Por ejemplo, cuatro niños en la misma mesa, entretenidos en reproducir un montaje con piezas de construcción (tipo Duplo o Primo de Lego, por ejemplo) realizan un trabajo individual en el que cada uno procede ignorando totalmente lo que sucede al lado, o intercambia solamente algunas palabras o algunos gestos sin relación con el desarrollo de esta actividad, incluso si el modelo es el mismo para todos y el número de piezas común. Sin embargo, se trata de un trabajo en grupo (que designaremos con el nombre de "taller") si los niños y niñas se reparten el trabajo para conseguir una obra común al que cada uno contribuye individualmente, por ejemplo repartiéndose las actividades básicas, de cada una de las cuales se encarga un niño o niña en particular; o al contrario uno después de otro[11]. Sucede lo mismo si cada uno de los niños realiza una obra individual, pero se dan mutuamente consejos o sugerencias que influyen de forma notable en su ejecución. Así mismo, los rincones de imitación (tiendas, muñecas, cocina) pueden ser objeto de una actividad individual, incluso cuando varios niños están presentes a la vez y cada uno va a lo suyo, sin interactuar apenas con los demás, o ser una actividad semicolectiva con reparto de roles fijo o con sucesivos cambios de rol a lo largo de una sesión.

De los 2 a los 6 años, y ello es aún más evidente entre los 0 y los 3 años, el niño actúa mucho solo, aunque esté al lado de otros. Sólo muy progresivamente podrá llegar a trabajar con los demás niños y niñas. Los «espacios» preparados para un trabajo autónomo (rincón cocina, rincón Legos) a los que alude el documento adjunto «Hacia las matemáticas, cómo trabajar en la educación infantil», llamados a veces «rincones de juegos», están totalmente adaptados para las actividades individuales. Se supera la primera etapa cuando el niño o la niña es capaz de mirar, de observar lo que otro hace sin que quiera hacerlo él o ella: a veces es útil disponer de varias copias de los materiales para las actividades o de conjuntos iguales para dirigir al niño o niña hacia otro ejemplar, y respetar así el trabajo en el que está embarcado su compañero o compañera. Subrayemos que la observación es un factor que no hay que menospreciar en el aprendizaje (Weil-Barais y otros, 1994, p. 481). La corriente de la Gestalt ha puesto de relieve que probablemente:

11. Es raro que la división de las tareas esté clara y explícitamente organizada: lo más normal es que haya cambios sucesivos de roles.

La observación de los movimientos del otro no es únicamente la observación de un modelo visual, sino la generación de una imagen motriz de sí mismo haciendo lo mismo que el actor observado. (Weil-Barais y otros, 1994, p. 44)

Del mismo modo, alguien a quien se le ha mostrado una actividad no es inmediatamente capaz de reproducirla: para convencernos basta con imaginarnos al lado de un pianista virtuoso durante un concierto...

Todos sabemos que poniéndonos al teclado inmediatamente después, no obtendríamos el mismo resultado; ¡nos queda por hacer un largo trabajo de asimilación!

Las etapas del aprendizaje matemático

En la educación infantil, los aprendizajes matemáticos se estructuran en tres etapas:

La primera etapa recurre a una actividad motriz global, que requiere de todo el cuerpo del niño o niña; responde a una necesidad acusada de movimiento que muestra niños y niñas hasta los cinco años, con un máximo entre el año y medio y los cuatro años: es la etapa manifiesta del movimiento (Missant, 2001, p. 42). Esta etapa es primordial a partir de los cuatro años y aún más en la etapa de 0-3 años; tiene lugar especialmente en el aula de psicomotricidad o en el recreo, a veces en los pasillos o incluso en la clase. Como indicábamos anteriormente al enunciar los momentos adecuados para las matemáticas, es importante que el docente tenga claros los diferentes objetivos que persigue en esas circunstancias. ¿Lo esencial es que niños y niñas ejerciten sus músculos, pulan sus gestos, desarrollen el sentido del equilibrio y se atrevan a correr riesgos de forma controlada? En ese caso, el objetivo que se persigue concierne a la educación física. Se desea quizás atraer la atención de niños y niñas hacia las posturas relativas que pueden adoptar ante un banco, entrenarlos a formar sin la dirección del adulto dos equipos con igual número de miembros o grupos que tengan un número determinado de alumnos y alumnas, hacerles determinar quién ha saltado más lejos[12]..., nos orientamos, en este caso, hacia competencias matemáticas.

12. En un contexto de competición, hay que tener cuidado con el deseo de que ganar no se oponga al aprendizaje de la noción matemática buscada.

En un caso, se le da más importancia a la acción; en el otro, se genera una ordenación del mundo (Ministerio de Juventud, Educación e Investigación, 2003, p. 34)

La segunda etapa pone en juego una actividad motriz restringida, que afecta sobre todo a las extremidades superiores, y muy especialmente a los dedos y a las manos. Exige movimientos ordenados y contribuye al desarrollo de la motricidad fina. Se efectúa en el aula habitual, principalmente mediante materiales de apoyo y juegos. Como se requiere mucho menos espacio que en la anterior, esta etapa es muy adecuada para el indispensable entrenamiento individual. Los niños pequeños dan muestras con frecuencia, de manera implícita o explícita, de la necesidad de repetición: ¿quién no ha tenido ocasión de observar a un pequeño o una pequeña que juega una y otra vez al mismo juego, durante un tiempo considerable (a los ojos de un adulto) o día tras día durante una larga temporada? Ahora bien, en la etapa de educación infantil, el niño o niña aún no sabe «perder el tiempo»; si retoma sin signos de disgusto una actividad que ya ha realizado con cierta frecuencia, démosle confianza y convenzámonos de que aún tiene cosas que descubrir en ella.

La tercera etapa es la de la representación mental o fase de abstracción. Se trata de una actividad interiorizada, a través de la cual el niño o la niña establece nexos entre las diversas informaciones (sobre todo, las percepciones sensoriales) que ha recogido durante sus intentos anteriores y elabora conceptos. Puede basarse en una manipulación, pero la actividad sólo tendrá éxito si se da una representación mental (en especial las relaciones de equivalencia a distancia); a veces puede recurrir a un apoyo lingüístico, como cuando el alumno habla de las relaciones que ha observado entre diferentes contextos de actividades. «El paso de ponerlo en papel» rara vez resulta un buen sistema en esta etapa: en efecto, veremos que los alumnos se ven divididos entre una tarea gráfica, que a esta edad no está automatizada y la tarea específica de la que trata el aprendizaje que están realizando; su cerebro aún no está capacitado para concentrarse lo suficiente en esta última. En el transcurso de esta etapa es cuando se pone en marcha progresivamente la adquisición del vocabulario. Desde los 3 años, el maestro o maestra puede propiciar la representación mental, en especial haciendo practicar «la parada de imagen» con vuelta atrás o hacia adelante (véase más adelante, p. 25). En las clases de 5-6 años y en algunos casos en las de 3-5 años, las actividades de representación mental son un recurso adecuado para la evaluación.

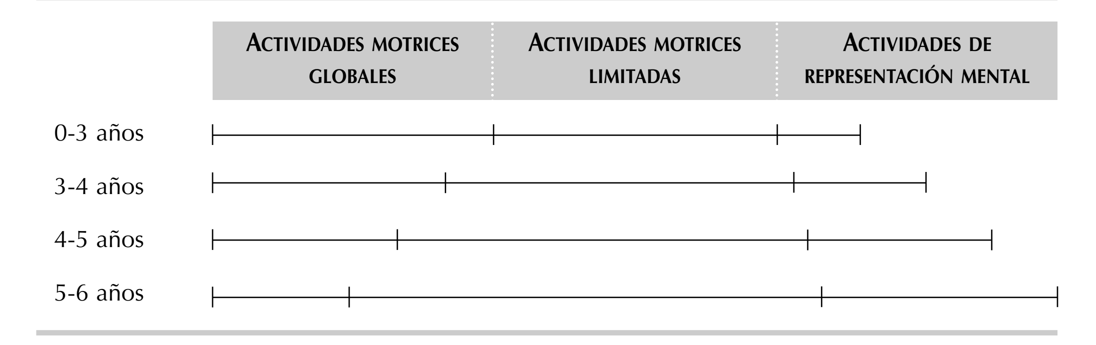
En el cuadro 1 se muestran ejemplos de actividades para estas edades en algunos temas.

En las clases de 0-3 años se insiste más en las dos primeras etapas, que le permiten al niño o niña empezar a crearse un bagaje de experiencias indispensables sobre el que podrán construir gradualmente los diversos conocimientos matemáticos. Estas dos etapas constituyen, para el docente, el momento ideal para proceder a la evaluación de las competencias adquiridas. Sin embargo, hay situaciones, pocas en relación con las anteriores, que permiten implicar a los niños de 0-3 años en actividades que son propias de la tercera etapa (véase el cuadro 2).

Cuadro 1

	ACTIVIDAD MOTRIZ GLOBAL	ACTIVIDAD MOTRIZ LIMITADA	ACTIVIDAD DE REPRESENTACIÓN MENTAL
RELACIONES DE EQUIVALENCIA	Discos táctiles gigantes	Puentes táctiles	Relaciones de equivalencia a distancia
CLASIFICACIÓN	Grupos de material de educación física	División de piezas Primo de Lego	La caja de las sorpresas
SERIACIÓN Y ALGORITMOS	Series gestuales	Reproducir una fila de eslabones gigantes	Continuar una serie repetitiva
GEOMETRÍA	Las piezas gigantes	Emparejamiento de piezas didácticas	Relaciones de equivalencia a distancia
ENUMERACIÓN	Juego con baile: «La Gallina Turuleta»	Juego de dedos: «Cinco deditos»	Llevarle dos cojines a la muñeca

Cuadro 2. Evolución de la importancia relativa en matemáticas de las actividades motrices globales, de las actividades motrices limitadas y de las actividades de representación mental según los años de educación infantil



El papel de la manipulación en el aprendizaje

La necesidad de disponer de recursos como juegos y materiales que fomentan la manipulación se ha adquirido ya hace tiempo para las clases de 0-6 años. Pero la importancia de esta actividad kinestésica no se reconoce todavía como fundamental para los niños mayores (5-6 años), e incluso cuando los docentes de educación infantil están intuitivamente convencidos de ello no hacen explícitas las razones. Indiquemos pues por qué es tan útil conseguir que los alumnos manipulen.

> *La actividad en sí misma es fuente de conocimientos, lo que demostraron muy bien Piaget y Wallon. Al manipular los objetos, el niño aprende a reconocer las proporciones del mundo social y físico. Estas manipulaciones y sus efectos son fuente de cuestionamientos, que provocan de esta forma nuevas investigaciones. El cuestionamiento puede ser espontáneo, inducido por la actividad propia del sujeto, o bien inducido por el entorno social. En este último caso, hablaremos más bien de aprendizaje mediante resolución de problemas.* (Weil-Barais y otros, 1994, p. 477)

Más allá de este hecho, hay tres razones fundamentales por las que nos basamos en la manipulación para elaborar una situación de aprendizaje y que, además, se aplican mucho más allá de la educación infantil.

El objetivo principal, fundamental, es el de proporcionar una herramienta que ayude en la elaboración de las representaciones mentales que hacen los alumnos: efectivamente, sabemos que la gestualidad no sólo ayuda a la memorización, sino que contribuye igualmente a la conceptualización. La manipulación no es un objetivo en sí misma, ya que el niño o la niña ha de poder desvincularse de ella poco a poco. No tiene un poder mágico intrínseco: la elaboración de representaciones mentales que hacen los niños rara vez se produce de forma espontánea; es el resultado de la actuación del docente para provocarlas.

Varios métodos contribuyen a su elaboración:

- La técnica de «parar la imagen» (véase Meirieu), rebobinar y luego avanzar, cercana a la explicitación. La parada de imagen puede practicarse desde la educación infantil. Pretende producir el gesto mental de evocación (La Garanderie) que es la base de la formación de representaciones mentales. La práctica de la parada de imagen supone que el niño ya está familiarizado con el mecanismo utilizado (material o juego) y que su uso ya no represen-

ta para él dificultades importantes. Mientras se está utilizando –y no una vez acabada la actividad– el maestro le pide que suspenda momentáneamente la actividad y provoca una vuelta al pasado inmediato («Explícame lo que acaba de suceder»[13]) y luego propone una proyección hacia el futuro próximo («Y ahora, ¿qué va a pasar si empieza de nuevo la acción?»[14]). Constatamos una evolución progresiva, lenta, de los niños, que pasan de una explicación a través de la acción a una fase de explicación bastante desacertada acompañada de gestos de simulación; progresivamente, la necesidad de controlar las piezas se difumina en beneficio de gestos acompañados normalmente de comentarios: el alumno ya no «deconstruye», sino que deja la situación allí donde estaba antes de hacer la parada de imagen y muestra cómo estaba la situación en el estado anterior y cómo estará o podría estar justo después. Luego los niños pasan a una fase en que las palabras sustituyen lo esencial de los gestos en la descripción.

- Los comentarios realizados por los alumnos después de la actividad, así como la valoración al final de los talleres (véase p. 16).
- Las actividades de asociaciones a distancia[15], otra manera de provocar las representaciones mentales que pueden dar mejores resultados mientras el lenguaje no esté muy desarrollado, y especialmente en la clase de 0-3 años.
- La diversificación del material. Se trata de proponer, sobre un mismo concepto o una misma dificultad, una variedad de recursos de características diferentes.

Eso permite que niños y niñas dispongan de un amplio abanico de situaciones, entre las que algunas tendrían que ajustarse mejor a su perfil pedagógico, y que tengan varias ocasiones de descubrir nexos entres esos materiales diferentes relativos a un único objeto; en otras palabras, que identifiquen el modelo subyacente.

13. Como todos los niños y las niñas no tienen la misma forma de evocación, la consigna no debe aludir a un canal sensorial en perjuicio del otro. Hay que evitar especialmente expresiones como «volver a ver en su cabeza», «volver a decir en su cabeza», sino utilizar expresiones más neutras, como «buscar en su cabeza lo que acaba de suceder».

14. En las clases de 3-4 años y con más razón en las de 2-3 años, resulta muy difícil conseguir que practiquen la anticipación: es mejor limitarse a entrenarse a «la vuelta atrás», que tiene sentido para el niño (se trata de recuperar lo que ha sucedido) mientras que la anticipación no siempre está al alcance de un niño de 2-3 años.

15. Se proponen ejemplos de actividades de este tipo en los capítulos correspondientes, especialmente comparación de colecciones, emparejamientos de piezas geométricas...

El segundo interés de la manipulación es que permite centrar el aprendizaje en lo que es específico, y libera al alumno o alumna, en todos los casos en que sea posible, de la pesadez del gesto gráfico que, evidentemente, aún está muy lejos de dominar bien en educación infantil. El hecho mismo de tener objetos que desplazar o a los que dar la vuelta le ayuda a centrar su atención en lo que hace. Por otra parte, como se libra de tareas adicionales, el niño o niña actúa mucho más rápidamente: en un tiempo determinado, se podrá enfrentar a un número de ejercicios visiblemente mayor; ahora bien, a la mayoría de niños y niñas, la repetición y el entrenamiento les resultan indispensables para entender una noción. Y por último, una vez se ha puesto en marcha la conceptualización, el gesto gráfico apropiado, guiado por la representación mental, resulta menos difícil (escrito) y más preciso (trazado).

Tercer argumento a favor de la manipulación: representa para el docente un indicador de la actividad intelectual del alumno o alumna. Al observar a un niño o niña que está manipulando objetos, el maestro o la maestra dispone de una forma de seguir el proceso mental del alumno o alumna. El trabajo con un material, así como con un juego, no es un pasatiempo gratuito. Es muy fácil identificar las diferencias entre el "manoseo", en que los gestos son accidentales y la mente del niño o niña está en otra parte, y la manipulación, que es una actividad de las manos guiada por un razonamiento, por un pensamiento que organiza la actividad. Con un poco de práctica, muchas veces incluso se puede saber cuál es el razonamiento observando la manipulación.

Apuntemos finalmente que los materiales de apoyo para la manipulación son apropiados para toda la gama de desarrollo intelectual escolarizada en nuestras clases, incluso para los niños y las niñas intelectualmente precoces: muchas veces encuentran materia para trabajos complementarios que no interesan al resto del grupo.

Y a la inversa, los materiales de apoyo para la manipulación no contienen el saber. A la mayoría de niños y niñas, el contacto con materiales y juegos didácticos no les basta para adquirir los conocimientos que se asocian a ellos: hoy día, desde su más temprana edad, están rodeados e incluso saturados, tanto en el medio familiar como en las organizaciones que acogen a niños y niñas en su primera infancia, de objetos educativos de los que un buen número de ellos están relacionados con conocimientos de tipo matemático, pero no se observa ningún aumento notable del nivel de conocimientos de los niños en educación infantil en relación con las generaciones anteriores. Resulta indispensable, generalmente, una

mediación del profesor para conseguir que observen las diferentes situaciones, que tomen conciencia de los fenómenos, que organicen y estructuren las diversas informaciones que reciben, que establezcan nexos entre sus diversas experiencias.

> *El material es por lo tanto un medio, no un objetivo. El niño y la niña se construyen manipulando. El niño y la niña necesitan «hacer» y «rehacer» el gesto o los gestos una y otra vez. El proceso de aprendizaje se estructura a través de la repetición y, por tanto, en el tiempo.* (Missant, 2001, pp. 77-78)

De ahí la importancia de respetar la necesidad de repetir, de dejarle al alumno el tiempo que precise y que varía de un niño a otro: el momento de su llegada al aula se puede aprovechar en este sentido.

Distribuimos el material de apoyo para manipular en dos familias: los materiales y los juegos. Esta distinción constituye una tipología funcional que se basa en un análisis de su aprovechamiento como herramientas pedagógicas: no sorprende pues que no abarque del todo las acepciones que tiene el sentido común para esos términos, y que se aparte, en ciertos aspectos, del punto de vista de psicólogos o de filósofos de la educación. Las principales características que, para nosotros, distinguen materiales y juegos son, por una parte, su objetivo; por otra, el perfil de personalidades con las que encajan mejor; y, finalmente, la manera de utilizarlas.

Los materiales cuyo objetivo es "el éxito" les van mejor a los niños que tienen un perfil pedagógico de *recordman*; éstos dan prioridad al uso individual. En cambio, la mayoría de los juegos ofrecen ocasiones excelentes para el aprendizaje de actividades en grupo (grupo en el que se contraponen, se enfrentan o, al contrario, en el que cooperan)[16]; el objetivo es «ganar», ya sea el ganador un jugador o una situación de juego; se adaptan mejor a niños y niñas con un perfil pedagógico de «campeón» (o competidor). Resulta útil, por tanto, disponer, en la medida de lo posible, de los dos tipos de soportes, para poder adaptarse a las reacciones[17] de niños y niñas: sería lamentable que el dispositivo pedagógico llegara a ser un obstáculo para el aprendizaje.

16. Para más información sobre las ventajas e inconvenientes respectivos de los materiales y de los juegos, nos remitiremos a Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994, pp. 42-50 y 55-59.
17. Algunos niños, muchas veces (pero no únicamente), como no aceptan perder, no quieren jugar.

Materiales y juegos presentan, como ventajas comunes, las siguientes:

- Responden a la necesidad de sensorialidad de niños y niñas, permitiendo un enfoque plurisensorial.
- Proporcionan un enfoque no verbal de los conceptos, especialmente útil con niños y niñas que no se encuentran cómodos con el lenguaje (cuando la lengua materna y la de la escuela no coinciden, por ejemplo).
- Producen una mejor comprensión, más completa, proporcionando la oportunidad de establecer relaciones entre diferentes hechos que siguen estando muy compartimentados en una presentación tradicional.
- Contribuyen al desarrollo de la atención.
- Desarrollan la concentración.
- Preparan a la evocación y a la anticipación, según modalidades diversas.

Su principal inconveniente, que es común, radica en la necesidad de disponer de un gran *stock* y, por lo tanto de un espacio de ordenación importante y hábilmente acondicionado. Esto supone también un presupuesto bastante sustancioso, que puede fraccionarse y suplirse con realizaciones artesanales que muchas veces son posibles a partir de materiales reciclados.

Los recursos tales como juegos y materiales pueden utilizarse en diversos momentos del aprendizaje:

- Durante la fase de exploración; es decir, en el momento en que se aborda por primera vez una noción.
- Durante la fase de estructuración, cuando se trata de pasar de observaciones experimentales a un primer nivel de abstracción.
- En la fase de sistematización, para tratar en múltiples ocasiones, en contextos a ser posible variados, la noción que acaba de abordarse.

Para ayudar a escoger entre material y juego, puede ser útil tener en cuenta las ventajas e inconvenientes específicos de los unos y los otros.

Los aspectos positivos de los materiales son, principalmente, los siguientes:

- Permiten una apropiación personal, casi íntima, en que un fracaso se queda en el ámbito de lo privado y acaba[18] por superarse.

18. Siempre y cuando el material propuesto haya sido adaptado correctamente por el docente a las posibilidades del niño.

- Respetan el ritmo del niño, su timidez, su reserva.
- Desarrollan la motricidad fina y la pulcritud.
- Dan al niño diferentes oportunidades de «hacer escalas conceptuales».
- Fomentan la autonomía (aunque su uso exclusivo puede potenciar el individualismo).
- Alientan la superación personal.

Además, facilitan la organización práctica de la individualización de los aprendizajes y son más fáciles de introducir en una clase que los juegos: se adaptan muy bien a la organización de talleres autónomos. La regla de uso puede muchas veces sobreentenderse: el simple hecho de ver el material acabado, especialmente cuando se coloca en una estantería esperando a ser utilizado de nuevo, basta muchas veces para permitir una idea precisa de la tarea que hay que realizar.

La crítica que se hace a veces de que niños y niñas dependen del material es sólo el resultado, en general, de un mal uso pedagógico; se trata de que el docente no tiene en cuenta el aprendizaje de los gestos mentales necesarios para el dominio del material: el objetivo sigue siendo que al final el niño o la niña pueda prescindir del material; la actuación del docente es indispensable para conseguirlo.

En cambio, los juegos ofrecen las ventajas siguientes:

- Proporcionan una oportunidad de socialización: aceptar las reglas del juego, conocerlas, respetarlas, podérselas explicar a otros; esperar el turno (orden de participación, paciencia); aceptar la competición del juego: emulación, dominio de sí mismo, respeto hacia los demás, respeto de las reglas, cuidado del material, correr riesgos, admitir que se puede no ganar, llegar hasta el final, no burlarse del que pierde...; interesarse por el juego de los demás.
- Ayudan a enfrentarse a los demás (lo que, en algunos juegos, lleva a preparar estrategias).
- Fomentan el interés de los niños y niñas por el deseo de ganar: los niños y niñas son activos y el juego los empuja a ampliar el repertorio de estrategias de resolución de problemas; desarrolla una mentalidad de campeón.
- Ejercitan la memoria (acordarse de las reglas del juego, e incluso de unas estrategias que sean más eficaces que otras, en algunos casos).

- Desarrollan la creatividad: creación de nuevos juegos para la modificación de recursos o el cambio de las reglas de juegos conocidos.
- Impulsan un debate en torno al juego, permiten hablar sobre los conceptos matemáticos aplicados, y enseñan que, en general, hay diferentes maneras de resolver un problema.

> Al funcionar entre varios, el juego impone la explicitación de la regla, que todos los jugadores han de conocer, entender y aceptar. Además, para formar un grupo de jugadores o jugadoras, es importante tener en cuenta, por una parte, la afinidad entre ellos –si dos niños o niñas no aceptan jugar juntos, el juego enseguida se acaba– y una relativa proximidad de nivel ante las competencias que hay que aplicar: cuando un campeón juega con un principiante, ni al uno ni al otro les parece interesante ni disfrutan jugando; así mismo, si el nivel de los niños o las niñas es demasiado heterogéneo, nos arriesgamos a que el juego no funcione bien.

Contrariamente a lo que sucede con los materiales, los juegos presentan cierto número de inconvenientes:

- El tiempo de exploración y de asimilación es largo: se necesita el lenguaje para la explicación de las reglas, o una observación muy larga.
- Algunos niños y niñas no aceptan perder y prefieren hacer trampas; en este caso, el juego no contribuye a la socialización y puede incluso suponer un obstáculo para el aprendizaje.
- Son bulliciosos, ya que muchas veces el juego necesita una comunicación verbal.
- Pueden frenar el acceso a la autonomía, ya que algunos niños y niñas dependen mucho de sus compañeros de juego para ayudarlos a tomar una decisión en cada jugada y para recordarles las reglas del juego.

Globalmente, los juegos, como mecanismos pedagógicos, suponen más restricciones que los materiales. Además, la evaluación de los aprendizajes a través del juego es mucho más complicada, a la vez más compleja y más costosa en tiempo que por medio de materiales; este punto lo desarrollaremos un poco más adelante.

Por último, ¿necesitamos recordar que materiales y juegos han de tener sobre todo un uso práctico en clase? Esto nos lleva a preferir, por su solidez, los

que están hechos de madera o de un material plástico resistente[19], y por evidentes razones de higiene, los que permiten una limpieza fácil. Podemos preferir además los que son fáciles de guardar, por ejemplo los que se presentan en cajas cerradas de tamaño adaptado. *Además, para los niños y niñas menores de tres años, la legislación impone un tamaño mínimo (unos 4 centímetros aproximadamente) para todos los objetos utilizados.*

El lenguaje en matemáticas

Cuando empleamos el término «lenguaje», sobre todo hablando de niños y niñas de 0 a 6 años, hablamos generalmente más bien de lenguaje oral y, en menor medida, de lenguaje escrito. Sin embargo, el lenguaje no verbal es de una importancia que no podemos subestimar, y no solamente en las clases de los más pequeños:

> *Los lenguajes gestual, oral y escrito (entre los que se encuentran el dibujo, el esquema, la fotografía...) juegan un papel importante en la conceptualización de los objetos [matemáticas], que está presente en la escuela primaria y que ha de prolongarse y desarrollarse en secundaria.* (Ministerio de Educación. Dirección de escuelas, 1986, p. 3)

Tendremos ocasión de mencionar el interés y la eficacia de los criterios gestuales de reconocimiento, especialmente en geometría. Sin embargo, lo que sigue se refiere principalmente al lenguaje verbal.

Las funciones del lenguaje

Además de un uso transversal, esencialmente orientado hacia la comunicación (contar qué se ha hecho, describir un objeto realizado, explicar una estrategia –que existe antes de su verbalización–), el lenguaje tiene tres usos que son más específicos de las matemáticas y que podemos identificar, por ejemplo, a través de la observación de un texto matemático:

19. Esto es especialmente importante en las clases de 2-3 años y de 3-4 años.

- Nombrar objetos: «El alumno ha de acceder, lo antes posible, al vocabulario correcto y definitivo del adulto. Es mejor evitar todo vocabulario provisional» (Ministerio de Educación. Dirección de escuelas, 1986, p. 3).
- Explicitar propiedades; sin embargo, algunas propiedades pueden conocerse y aplicarse de forma pertinente sin ser nombradas –noción de «teorema en actos»–[20].
- Enlazar conclusiones y organizar un razonamiento (este último punto parece un poco al límite de lo que se puede esperar de un niño o una niña en educación infantil, y no parece nada factible en las clases de 0 a 3 años).

Además, la expresión oral y la comunicación contribuyen a ayudar a la estructuración de los aprendizajes. Presentar a los otros alumnos o alumnas lo que se ha realizado, hablar sobre ello en un análisis crítico, establecer relaciones con otras experiencias, contribuye a profundizar en los conocimientos que se han empezado a elaborar en la actividad personal u observando la actividad de sus compañeros. En todos los casos, «las expresiones orales que acompañan a la observación y a la actividad del niño, apoyadas por el docente, constituyen una ayuda para la toma de conciencia de ciertas cuestiones o de ciertas constantes» (Dirección de la enseñanza escolar, 2005, p. 2).

Nexos entre palabras y conceptos

El lenguaje no crea la inteligencia, sino que existe antes que él, como demostró Piaget. De 0 a 3 años, el lenguaje «es indispensable para la producción de un razonamiento, pero no crea las condiciones para el razonamiento. Facilita el funcionamiento del razonamiento. No lo crea». (Chalon-Blanc, 1997, p. 37)

20. El concepto de «teorema en actos» se le debe a Vergnaud. Se designa así toda propuesta estimada como verdadera por el alumno, sin que haya sido objeto previamente de un aprendizaje escolar. Existen teoremas en actos verdaderos, que serán institucionalizados posteriormente (por ejemplo: cuando se amplía una figura, un ángulo recto sigue siendo un ángulo recto) y teoremas en actos falsos (por ejemplo: cuando se multiplica, el resultado es un número superior a los factores del producto).

Además, no es el lenguaje lo que permite entender: un niño no francófono, que quizás no conoce ni en su lengua materna el vocabulario matemático específico, puede, sin embargo, construir abundantes conceptos y transferirlos adecuadamente a su lengua. Los conceptos se elaboran progresivamente, a partir de experiencias multisensoriales diversas, creando nexos y poniendo de relieve sus características esenciales (Barth, 1987), no necesariamente de forma verbal; un conjunto importante de ejemplos, tan diversos como sea posible, resulta necesario, y los contraejemplos son indispensables para extraer las características no esenciales. El funcionamiento de los «teorema en actos» demuestra que un concepto puede utilizarse de forma pertinente durante mucho tiempo (años) antes de que se delimite lo suficiente para poderlo nombrar. Así mismo, los psicolingüistas coinciden en que, cuando alguien quiere decir algo, el pensamiento se elabora primero sin lenguaje, y no se estructura hasta en un segundo tiempo, en el que se expresa con palabras (Fayol, 2001-2002).

La adquisición del vocabulario matemático

Como en primaria[21], los niños y las niñas adquieren el vocabulario matemático de la misma forma que el vocabulario general, por inmersión, en el curso de un largo contacto con situaciones que ponen en juego esos objetos, nociones y conceptos, y que provocan la necesidad de hablar de ellos.

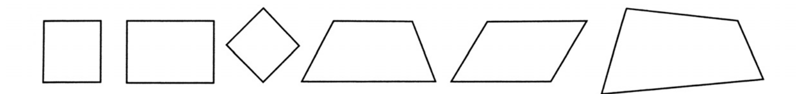
Resulta pues necesario para el docente estar atento a:

- Esforzarse en enriquecer su bagaje personal de términos matemáticos.
- Obligarse tanto como se pueda al uso preciso y adecuado de ese vocabulario.
- Reformular sistemáticamente el discurso del niño o niña cuando éste pueda mejorarse. No se trata más que de procurarles a los niños y las niñas un baño lingüístico de alta calidad, sea cual sea el tema tratado. Así, si al llegar a la escuela, un niño asustado explica: «He pasado mucho miedo al venir: había un gigante guá-guá que me quería comer», cualquier docente reformulará del siguiente modo: «Ya veo, ¿has pasado mucho miedo porque

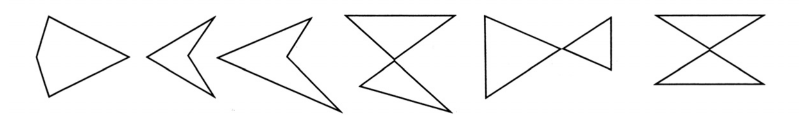
21. Nos remitiremos con interés a la circular del Ministerio de Educación, 1986.

has visto un perro enorme que ha estado a punto de morderte?». En matemáticas, no es más que eso.

Es importante recordar que no hay ninguna palabra difícil de entender[22]. Lo que quizás pueda suponer un obstáculo es, por una parte, la capacidad de delimitar con precisión el concepto, y por la otra, la asociación entre el término (el significante) y a lo que se refiere (significado). Esta asociación sólo podrá efectuarse de forma eficaz si, por una parte, se dispone de una amplia colección de significados, lo suficientemente diferentes entre ellos para poner de relieve a la vez las características principales[23] del concepto y sus características no esenciales y, por otra parte, diversos contraejemplos. Por ejemplo, observamos que la mayoría de los adultos no asocian correctamente el término «cuadrilátero» al tipo de figuras geométricas correspondiente. Para convencerse de ello, basta con pedirle a un adulto (después de haberse asegurado de que él cree conocer el término) que dibuje en una hoja de papel diez cuadriláteros diferentes. Rápidamente, hará una media docena de ellos:



pero luego le cuesta más imaginar otras formas. No es corriente encontrar entre esos dibujos figuras como éstas:



y muchas veces, los cinco últimos trazados se contemplan con desconcierto, e incluso se rechazan en un primer momento, confirmando que, para esas personas, «cuadrilátero» no se asocia al conjunto que ha de designar, sino a un

22. Algunos necesitan una verdadera gimnasia de pronunciación, cosa que no desanima para nada a los niños o las niñas, ni mucho menos, como si fuera cualquier tipo de trabalenguas.
23. Para más precisiones sobre las características principales de un concepto, léase Barth, 1987.

subconjunto, el de los «cuadriláteros convexos». Este ensamblaje defectuoso entre el significante y el significado no incumbe, la mayoría de las veces, al individuo, sino que es el resultado de la poca frecuencia –incluso de casi inexistencia– de cuadriláteros no convexos. Tales fenómenos son corrientes en geometría, pero no son específicos de esta disciplina.

El lugar que ocupa el vocabulario en el aprendizaje

Después de una fase de actividad en la que se ha tenido la ocasión de enfrentarse a situaciones que ponen en juego un concepto determinado, una fase de representación mental permite poner de manifiesto, comparando ejemplos y contraejemplos y creando una organización mental, cierto número de características esenciales.

Llega después el momento de denominar, es decir, de dar un nombre para que se distinga de todos los demás (confrontación con las características no esenciales): el vocabulario, convención por excelencia, permite la denominación.

El desajuste «primero acción / denominación después» se encuentra también en los dos tipos de introducción del vocabulario:

1. Baño lingüístico: las palabras las proporciona el adulto a medida que los objetos se van conociendo y utilizando. Las palabras sólo resultan interesantes si los objetos se van a utilizar otra vez.
2. Aportaciones didácticas: las palabras las proporciona el adulto en el momento en que se necesitan, para evitar una perífrasis, la utilización de un término inadecuado o una expresión confusa. Una vez más, las palabras sólo presentan interés –para el aprendizaje– si pueden utilizarse después.

El papel del vocabulario en el aprendizaje

> *El vocabulario sirve para la transmisión y para la comprensión de las informaciones; contribuye también a la conceptualización.* (Ministerio de Educación, 2003, p. 4)

El hecho de que para algunas figuras determinadas existan dos términos («círculo» y «disco», «esfera» y «bola») pone de relieve que varios tipos de representaciones pueden expresar figuras geométricas, incluso si en la mayor parte de los casos existe un solo término.

En educación infantil, en lo que se refiere a las matemáticas, no se puede evaluar ninguna adquisición de competencias a través del oral, ya que existe el riesgo de fomentar una tendencia demasiado extendida que consiste en «vomitar» las frases aprendidas de memoria sin entenderlas realmente, ni tampoco a través del escrito.

No se puede asegurar que una competencia se ha adquirido hasta que ponemos al niño o niña ante una situación en que no le salgan bien las cosas si la competencia no se ha adquirido: esto parece una verdad de Perogrullo, y sin embargo...

El escrito en matemáticas, en las clases de educación infantil

En el aprendizaje matemático, como en otros aprendizajes, el escrito proporciona materia para diferentes posibilidades de trabajo con los niños y las niñas en educación infantil.

Podemos distinguir tres tipos principales de uso, que detallaremos a continuación:

- Los escritos ya existentes, que sólo están destinados a trabajar la lectura; es decir: los libros y los álbumes.
- Los escritos realizados por los niños para crear herramientas de trabajo. Se destinan a proporcionar al alumno una «memoria a largo plazo» que, en lo que nos concierne, puede ser de tipo matemático, metamatemático o metodológico. Son principalmente los carteles y las fichas documentales.
- Los escritos para uso privado, realizados por los niños y niñas.

Estos escritos, del tipo que sean, sólo tienen sentido para los niños y niñas si se relacionan con sus propias vivencias.

Los documentos para trabajar únicamente la lectura

Del mismo modo que en las clases de educación infantil se pone a los niños y las niñas en contacto con los cuentos, con documentales, con libros de arte, cómics, etc., ¿por qué apartarlos de la posibilidad de encontrarse con libros sobre matemáticas? Hoy día sabemos que familiarizarse, desde la educación infantil, con obras donde figure el lenguaje escrito, tiene una incidencia positiva en el aprendizaje de la lectura en las clases de ciclo inicial de primaria. ¿Por qué iba a ser diferente con este tipo de textos? ¿Qué razones justificarían que los apartásemos del rincón de lectura de los pequeños? No sólo esas obras contribuyen a la cultura general y pueden despertar la curiosidad de los más jóvenes hacia las matemáticas, sino que además presentan muchas veces tipos de textos con los que es imposible familiarizarse si no es consultándolos realmente.

Se pueden adoptar varias modalidades, pues cada docente puede juzgar mejor lo que puede resultar más eficaz, más cómodo... en función de sus propios gustos, de su forma habitual de trabajar este tipo de material, de la personalidad de sus alumnos, de la configuración de su clase...

Señalemos las más habituales:

- El maestro o la maestra lee en voz alta el libro ante el grupo-clase en el rincón de reunión del grupo, alternando con la observación de las ilustraciones, que pueden servir de punto de partida para el diálogo.
- El maestro o la maestra da a conocer el libro durante un trabajo con grupos reducidos de niños (taller, actividad de entrada a clase por la mañana o de vuelta escalonada de la siesta...) y luego organiza la puesta en común de las informaciones que han retenido individualmente.
- El maestro o la maestra hace diapositivas[24] de las ilustraciones de la obra y hace que los niños hablen a partir del montaje de diapositivas. Destaquemos que esta forma es la única que le permite al maestro total libertad de detener la exploración del libro donde lo desee.

24. Las pocas escuelas equipadas con un episcopio pueden proyectar directamente las páginas de un libro ampliadas sobre una pantalla, en una sala oscura.

Naturalmente, es indispensable que después del tiempo de observación dirigida del libro, éste pase a disposición de los niños:

- Ya sea en el rincón de lectura.
- Ya sea en el montón de favoritos que se leen a demanda durante el tiempo, muchas veces incómodo, en que los padres vienen a recoger a sus hijos al final de cada media jornada de clase[25].

Estas dos soluciones no son excluyentes la una de la otra y han de permitirles a los alumnos tomar prestados los libros y llevárselos a casa para consultarlos, del mismo modo que cualquier otro libro, si la clase tiene un sistema de préstamo.

Los libros de matemáticas pueden planificarse principalmente de dos formas con las otras actividades matemáticas:

- El libro como punto de partida. La observación del álbum precede a un trabajo sobre el mismo contenido; provoca un diálogo entre los niños, la expresión de problemas o de proyectos de experimentación... El libro se utiliza en ese caso para suscitar interés, hacer surgir pistas de acción, retomadas en las actividades «habituales» durante un periodo más o menos largo.
- El libro como eco. Después de un tiempo de trabajo más o menos importante sobre un tema dado, se introducen en la clase algunos libros que tratan el mismo tema. Eso permite la verbalización, e incluso la expresión de semejanzas, o de diferencias, poniendo de relieve las representaciones mentales de los niños.

Las herramientas de trabajo, auxiliar de memoria

Según los contenidos y las circunstancias, las puede realizar el docente solo, o los niños y las niñas con una ayuda más o menos pronunciada de los adultos[26].

25. No todos los libros de matemáticas se pueden trabajar en ese momento.
26. Resulta sobre todo indispensable para garantizar que sea bien legible el documento: el tamaño de los elementos de información es importante para que sea posible una utilización posterior.

Los carteles matemáticos de uso diario tienen que colocarse en un lugar de fácil acceso para los niños: y viceversa, una lámina con números situada por encima de la pizarra, es decir, a unos dos metros del suelo, no tiene ninguna utilidad, y podría sustituirse con mucho más provecho por otros tipos de carteles. Cuando llega el momento en que falta sitio en las paredes del aula[27] (e incluso del pasillo...) hay que decidirse por encontrar otra forma de utilizar esas herramientas: los archivadores de documentos pueden, en muchos casos, ser la respuesta a ese problema. Por ejemplo, unos carteles que no son de uso muy frecuente se pueden reproducir en un tamaño menor[28], y dejarlos para su consulta en una carpeta clasificadora o en un archivador. Igual que con los carteles, este tipo de escrito sólo tiene interés si el docente provoca, promueve, dirige su consulta regular.

El diseño de un cartel o de una ficha documental y el trabajo sobre ellos constituyen ocasiones especialmente interesantes para enfrentar a los niños y las niñas a los problemas de codificación (elección de un símbolo para la codificación, interpretación del símbolo en la descodificación) y de representación.

Los escritos personales de los niños

A veces sería oportuno hacer explícita la razón que nos lleva a pedirle a un niño de educación infantil que efectúe un trabajo escrito. Con demasiada frecuencia, la razón es que el adulto considera que con ello dispone de una fuente cómoda de trabajos individuales, que le permiten dar cuenta, ante visitantes ocasionales (padres u otros) de los aprendizajes llevados a cabo en su clase, o que justifiquen las competencias adquiridas por tal niño o tal otro. Además de la muy escasa fiabilidad de esos documentos en materia de evaluación (Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994, pp. 17-34), puesto que se puede obtener

27. Algunas comisiones de seguridad aceptan un máximo de 20% de la superficie de las paredes para poner murales.
28. Por esta razón es interesante utilizar murales de formato A3 (297 mm x 420 mm): una reducción de coeficiente 0,71 (A3→A4 ou A4→A5) permite obtener una fotocopia de formato A4, fácil de introducir en una carpeta clasificadora.

con ese tipo de material tanto una respuesta falsa, aunque ya se haya adquirido plenamente la competencia (debido a cuestiones relacionadas con el material o porque el alumno se ha distraído de lo que era esencial con el mecanismo) como una respuesta correcta, sin que la competencia se haya adquirido realmente –por acomodación fenomenista– (véase Chalon-Blanc, 1997, p. 100); podemos preguntarnos sobre la necesidad de disponer de pruebas materiales en esta disciplina, mientras que en muchos otros casos la palabra del docente basta: en materia de educación psicomotriz, de las facultades de escucha, de memoria, de la adquisición de la autonomía.

Sin embargo, no hay razón para excluir producciones escritas en matemáticas; conviene simplemente no perder de vista su complejidad. Recordemos algunos problemas prácticos que los niños y las niñas de educación infantil tienen que superar para realizarlas:

- El *collage*. Un *collage* bien hecho no depende simplemente de una destreza manual y de una dosificación acertada del pegamento. Lo más fácil, aparentemente, es pegar con algo que tenga autoadhesivo (por ejemplo, una pegatina): excepto si se trata de una pegatina redonda y sin motivo gráfico, surgirá un problema de orientación del objeto que hay que pegar, y su posicionamiento en el lugar preciso del soporte. Cuando interviene el pegamento, hay que compaginar varias preocupaciones: ¿dónde poner pegamento? ¿En el sitio adecuado, en el lugar sobre el que se quiere pegar el objeto –lo más sencillo, pero lo que sucede en menos ocasiones– o sobre el objeto que se ha de pegar? En ese caso, hay que darle la vuelta al objeto, ya que el pegamento se ha de poner en el revés y no en el derecho... y luego proceder como con un adhesivo. ¿Nos asombraremos de que, en este proceso muchas veces, algunos niños no puedan concentrar su atención el tiempo suficiente para llevar a cabo correctamente la tarea y presenten un trabajo de escasa calidad?
- La ubicación en el espacio de la hoja. El barrido visual de la página es una competencia que necesita cierto tiempo de aprendizaje antes de conseguirla. No es suficiente si la actividad requiere «unir con una flecha dos elementos» dispersos en la página. Muchos otros escollos que son del ámbito de diferentes competencias grafomotrices pueden interferir en la tarea principal que se le pide al alumno.

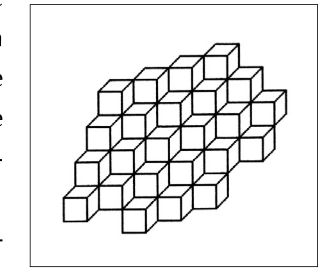
- Los trazados. Ya se trate de cifras o de figuras geométricas, los trazados en matemáticas no son dibujos. Requieren un aprendizaje de gestos específicos, que no puede efectuarse fuera de la presencia del docente. Haremos alusión a ello en los capítulos correspondientes.
- El uso de plantillas constituye un caso particular en los trazados. En ese caso también, conviene no subestimar la necesidad de un aprendizaje que permita utilizarlos de manera eficaz y su duración. El capítulo que dedicamos a la geometría plana aborda esa cuestión.

Aunque el uso de fichas que los niños y las niñas han de completar en lápiz se practique profusamente en algunas clases de educación infantil, en matemáticas, nos parece rara vez pertinente y muy poco eficaz. Concretamente, no suponen en absoluto un paso forzoso hacia la abstracción: generalmente es posible asegurarse de una forma completamente diferente de que los niños recurren a representaciones mentales. Por otra parte, son muy costosas en tiempo de realización por parte de los niños, y por tanto poco ventajosas para el aprendizaje: el tiempo que necesita un niño o niña de educación infantil para completar cinco o seis puntos de una ficha es mucho más largo que diez o veinte manipulaciones sobre las mismas competencias. El programa de 2002 insiste, sobre las matemáticas para los niños de 5-6 años, en la importancia de la manipulación de materiales, y menciona de forma explícita que «los ejercicios sobre fichas no han de sustituir ese trabajo fundamental con material» (Programas de la escuela primaria, ciclo de aprendizajes fundamentales, 2002); los documentos de aplicación para el segundo ciclo retoman estas mismas directrices (Documentos de aplicación de los programas, 2002). El documento de acompañamiento para las clases de educación infantil (Dirección de enseñanza escolar, 2005, p. 1) es muy claro también en este tema.

Problemas específicos relacionados con el papel

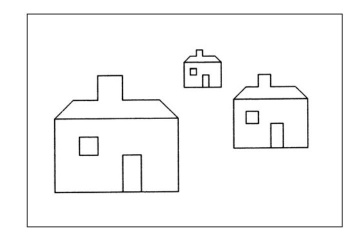
Familiarizados desde hace tiempo con el uso del papel, a los adultos les suele costar mucho identificar las dificultades específicas que aporta esta forma de representación.

La más importante viene del hecho que el uso del papel sólo permite en todos los casos una representación plana de la situación a la que se quiere aludir. Ahora bien, esa representación obedece a muchas reglas convencionales, desconocidas por los niños y las niñas de educación infantil[29]. Una de las principales características de una representación plana de objetos tridimensionales, sea la que sea, es que no podrá nunca dar cuenta de todas las propiedades de lo que está representado; da prioridad a algunas propiedades y modifica u oculta otras.



¿Representa esto un enlosado formado por cuadrados y rombos o unos cubos apilados? En este último caso, las caras de los cubos, que cuando se trata realmente de una pila de cubos materiales son todos cuadrados, no se representan todos de forma «realista» ya que algunos han perdido sus lados perpendiculares. El capítulo que dedicamos al paso del espacio al plano proporciona informaciones más detalladas sobre este tema.

Observemos ahora otro dibujo:



¿Cómo conviene interpretar esta ilustración? ¿Se trata de la misma casa, que los efectos de una lejanía más o menos importante llevan a ver cada vez más pequeña cuando se pasa del primer al segundo plano, mientras que en realidad se trata de casas totalmente idénticas? ¿O bien hay que considerar que la casa que está más a la izquierda es más grande que la que está situada más a la derecha y ésta más grande que la del medio? Y entonces, ¿cómo conciliar esa representación con la realidad? Si una familia se muda de casa para irse a otra más grande, la nueva no es una simple ampliación (en el sentido de ampliación fotográfica) de la anterior; dispone de mayor número de habitaciones, o su superficie habitable es superior.

Se imponen tres observaciones:

- Los dos puntos de vista son irreconciliables, pero la argumentación es pertinente en cada caso.

29. Véase más adelante, segunda parte, «La estructuración del espacio y el descubrimiento de la geometría», capítulos 2 y 3.

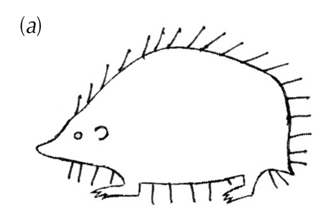
- En el primer caso, lo que se puede ordenar de más grande a más pequeño no son las casas, sino sus representaciones.
- En el segundo caso, acostumbramos a los niños y las niñas a que piensen que un problema de matemáticas no tiene mucho que ver con la realidad tal y como existe fuera de la escuela, lo que les llevará a considerar luego, en primaria, que podemos encontrarnos con una solución que dé 7,2 patas que tiene un conejo, ya que «en un problema de mates, nada es imposible».

La transposición de la realidad tridimensional a su representación plana conlleva a veces contradicciones sobre el uso del vocabulario necesario para la expresión de las realidades espaciales. Lo ilustraremos con un ejemplo.

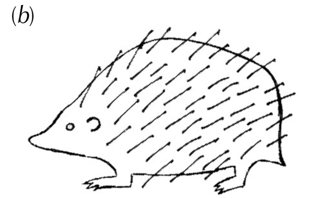
En una clase de 5-6 años, después de haber visionado varias veces una película que muestra la vida de un erizo, con vistas tomadas desde ángulos muy variados, e incluso después de haber observado un erizo vivo, se propuso un dibujo muy esquematizado de un erizo, con la siguiente consigna: «Dibuja las púas del erizo». Durante la realización del ejercicio, no se mostró ninguna imagen ni foto de erizos. Se obtuvieron dos tipos de dibujos.

En el caso (*a*) las púas se trazaron en el exterior del contorno que representaba al erizo, lo que corresponde exactamente a la idea de que las púas están en el exterior de la piel del animal; esta solución deja perplejos a una buena parte de los niños, los hay que no estaban convencidos de que había que dibujar algunas púas "debajo" del erizo, y otros que observan con razón que "por encima del erizo hay púas en todas partes". Es este aspecto el que se ha tenido en cuenta en el caso (*b*); sin embargo, esta respuesta no tiene el consenso de todos, pues en este caso, las púas se trazan en el interior del contorno que representa el erizo[30].

(*a*)



(*b*)



30. Las explicaciones proporcionadas por los niños están lejos de ser tan explícitas, incluso las de 5-6 años; pero a través de sus gestos, de sus propuestas, es justo esa contradicción la que se señaló.

La evaluación

La evaluación, es decir, la muestra de datos que tienen como objeto efectuar selecciones, puede tener varias funciones en educación infantil (Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994, pp. 30-34). En este libro, se desarrolla principalmente la identificación de los conocimientos de los alumnos y de las alumnas, con vistas a una regulación de la acción pedagógica (Ministerio de Juventud, 2003, p. 38): ¿puede considerarse que se han alcanzado los objetivos que se determinan al principio del aprendizaje? ¿conviene dejar un tiempo de aprendizaje más largo?[31] ¿Hay que establecer diferencias para responder a la heterogeneidad del grupo?

En muchos casos, la simple observación diaria de los trabajos de los alumnos basta para disponer de informaciones indispensables.

Por otra parte, durante los talleres y durante las puestas en común colectivas al final del taller, se produce un tiempo de evaluación por iniciativa de los propios alumnos:

> *Durante esos talleres, las modalidades de evaluación se basan en los criterios de éxito [...] Los alumnos los conocen, ya que son ellos los que los ponen de relieve, los comentan antes de los talleres y los recuerdan durante las actividades cuando es necesario. [...] La evaluación colectiva permite a los que han estado trabajando explicar sus resultados y sus procedimientos, entre ellos mismos y a los que aún no han participado en el taller. En ese momento es cuando se elaboran y se construyen referencias comunes a nivel de los criterios de éxito, de los conocimientos y de los procedimientos. La evaluación colectiva y los diálogos entre los alumnos permiten poner de relieve los nexos que existen entre los aprendizajes de la sesión y los de las sesiones anteriores para abordarlas de nuevo según las necesidades del proyecto.* (Vikelas, p. 17)

En algunos casos, puede ser útil una evaluación más formal; sobre todo cuando se trata de números se siente la necesidad de hacer balance de vez en

31. Observamos desde hace unos años una tendencia a multiplicar las evaluaciones, sin dejarles a los alumnos un tiempo suficiente de aprendizaje, y esto en todos los niveles de la enseñanza.

cuando. Es importante asegurarse de que, cuando se prevé un mecanismo de evaluación:

- Éste permita efectivamente identificar la aplicación de la competencia.
- El éxito no sea posible si la competencia no se ha adquirido.
- El éxito no sea el resultado de un automatismo.

Aparte de los criterios detallados en un referencial de competencias, indicamos modalidades simples de evaluación, ya sea oralmente o gracias a mecanismos de manipulación, ya que el papel y el lápiz no resultan pertinentes[32] (Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994, pp. 27-28) para disponer de una información fiable.

Siempre es de desear preguntarse sobre cuatro niveles del dominio de una competencia:

- Nivel 1: ¿el alumno o la alumna es capaz de realizar la tarea, únicamente al pedírselo directamente o también sin que se lo soliciten expresamente, en una tarea más compleja que implique esa competencia?
- Nivel 2: ¿el alumno o la alumna es además[33] capaz de comentar su actividad?
- Nivel 3: ¿el alumno o la alumna puede explicar el procedimiento seguido?
- Nivel 4: ¿el alumno o la alumna utiliza un vocabulario específico de forma pertinente?

Para el docente, «un diario de clase en el que se destaquen los hechos notables que acontecen a lo largo de los días para tal alumno o tal otro» (Ministerio de Juventud, p. 38); y para el alumno una carpeta o un cuaderno que dé cuenta de sus progresos, donde se pegarán las fotos que se le han hecho durante la actividad y algunos trabajos significativos, serán la prueba que bastará para poder argumentar sobre la evolución del niño, sobre todo en la comunicación con las familias, comunicación que «tendrá que centrarse en la presentación y explicitación de las actividades propuestas» (Ministerio de Juventud, p. 39).

32. Remitirse igualmente al documento adjunto para las clases de educación infantil: Dirección de la enseñanza escolar, 2005, p. 2.
33. En algunos casos (dificultades motrices mayores, problemas de relación), podemos saltar el nivel 1 y pasar directamente a la posibilidad de que el alumno comente la acción de otro niño.

Organización de este libro

Los contenidos matemáticos que se pueden abordar en las clases de primer ciclo se distribuyen en cuatro partes:

- El desarrollo del pensamiento lógico.
- El ámbito numérico.
- La estructuración del espacio e iniciación a la geometría.
- La identificación y el enfoque de las medidas.

El orden en que tratamos estas cuatro partes no ha de interpretarse como una distribución en el tiempo. Justo a principios de curso, sobre todo en las clases de primer ciclo, se trabaja principalmente el desarrollo del sentido lógico; los dos temas siguientes, estructuración del espacio e iniciación a la geometría por una parte y ámbito numérico por la otra, pueden abordarse bastante pronto, más adelante, de forma alternativa o simultáneamente. El cuarto tema, en el que se tratan las principales dimensiones, localización y medidas, se establecen nexos complementarios entre espacio y número, y se necesitan algunos conocimientos sobre estos temas: por tanto, llegarán en un momento más avanzado del curso escolar.

Cada una de esas partes está dividida en capítulos, estructurados todos de la siguiente forma:

- Puntos de referencia matemáticos.
- Puntos de referencia pedagógicos y didácticos.
- Modalidades de explotación pedagógica: actividades motrices globales, actividades rituales, actividades de reunión de grupo, actividades funcionales y de vida diaria, materiales, juegos[34], álbumes, pequeños escritos.
- Evaluación, que propone a la vez un referencial de competencias[35] y sugerencias de tipo práctico.
- Lecturas complementarias.

34. No mencionamos en este libro destinado a las clases de primer ciclo ningún programa informático. En efecto, nos parece que, tratándose de niños y niñas que tienen entre dos y tres años y medio, muchas otras modalidades son más importantes y eficaces que este tipo de soporte para los aprendizajes matemáticos en el marco escolar.

35. Para el establecimiento de referenciales de competencias, nos hemos inspirado en parte del libro de Mettoudi y Yaiche (1992, 1997 y 2003).

Los puntos de referencia, tanto matemáticos como pedagógicos y didácticos, tienen en cuenta el aprendizaje considerado globalmente en la educación infantil, y no se limitan a lo que afecta específicamente a las clases de los de primer ciclo; en efecto, es indispensable, para una buena comprensión del trabajo que se ha de realizar en una clase determinada, plantearlo pensando en la continuidad de los aprendizajes. Como la lectura de este libro no es necesariamente lineal, hemos optado por introducir un mínimo de llamadas de un capítulo a otro, para no hacernos demasiado redundantes y garantizar que sea de lectura más cómoda en cada capítulo.

Las actividades propuestas son a título indicativo, y constituyen una opción adaptada al grupo de los de primer ciclo, entre muchas otras posibilidades. Aspiran a mostrar la diversidad de situaciones posibles, a dar ideas, especialmente a los colegas que tienen poca experiencia en este nivel; no han de considerarse en ningún caso como norma u obligación: su gran número, expresamente buscado, exige a los maestros una selección, en especial para eliminar actividades que entrarían en contradicción con otros principios de la organización de la clase. En la mayoría de los casos, se han indicado objetivos pedagógicos detallados, sin buscar una enumeración exhaustiva, mencionando igualmente algunos no matemáticos. Naturalmente, un trabajo de adaptación resulta indispensable y tiene que realizarse durante la preparación de la clase; puede a veces resultar útil también consultar el libro *Enseigner les mathématiques à la maternelle* (Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994), así como el volumen que trata de los niños y niñas de 3-4 años, donde se encontrará, por una parte, una muestra de prácticas complementarias y, por otra parte, ejemplos de desviación de una misma actividad a diferentes niveles de competencia.

La división en partes y capítulos está destinada ante todo a facilitar a los docentes la identificación de diferentes aspectos de la educación matemática en educación infantil. Nada se opone, al contrario, a que, para la organización de la jornada escolar, se trabajen temas diferentes.

Primera parte: el desarrollo del pensamiento lógico

1

Asociaciones por parejas

Puntos de referencia matemáticos

Desde un punto de vista matemático, realizar una asociación por parejas de objetos de una serie dada es determinar en este conjunto una relación de equivalencia[36] tal, que cada tipo de equivalencia es un par.

En la práctica, pueden darse dos tipos de emparejamientos: o se dispone de un conjunto de objetos (por ejemplo calcetines) que emparejamos de dos en dos; o los objetos forman dos conjuntos (por ejemplo sábanas y almohadones para la cama de la muñeca, o candados y llaves) y se trata de emparejar un elemento del primer conjunto con un elemento del segundo. En la segunda situación, nos referimos, desde un punto de vista teórico al caso anterior, al tener en cuenta una única serie de referencias, constituida por la unión de los dos conjuntos dados; sin embargo, lograr buenos resultados en la tarea de hacer asociaciones no necesita el mismo número de comparaciones en los dos casos. Para formar el mismo número de parejas, y con una complejidad de asociación idéntica o equivalente, esta situación resulta un poco más fácil que cuando hay solo un conjunto: si tomamos el ejemplo de seis pares de calcetines, y por otra parte el de la sábana y el almohadón para la cama del bebé, todos de colores lisos diferentes, encontrar el calcetín que hay que emparejar con otro calcetín

36. Véase en el capítulo 2, «Selección y clasificación», p. 79.

determinado implica elegir entre once objetos, mientras que para encontrar la sábana que hay que emparejar con un almohadón, sólo hay que tener en cuenta cinco objetos.

La asociación por pares no debe confundirse con la correspondencia término a término. Esta relación se establece bien entre dos conjuntos, bien dentro de un mismo conjunto; se refiere a las propiedades de los elementos de este (o estos) conjunto(s): a un elemento arbitrario de uno de los dos, se asocia el único elemento del otro que tiene las mismas propiedades. Cosa muy diferente es la asociación término a término: necesita obligatoriamente dos conjuntos y consiste en asociar a un elemento cualquiera de uno de los dos conjuntos un elemento igualmente arbitrario del segundo. Se refiere pues a una propiedad de los conjuntos: tener el mismo número de elementos, o menos, o más en uno que en otro.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Importancia de las actividades perceptivas

> *Ayudar a un niño pequeño a descubrir el mundo es en primer lugar enriquecer y desarrollar sus aptitudes sensoriales. Ello supone que aprenda a movilizar su atención para percibir hechos que se le escapan habitualmente porque no están directamente sacados de la actividad en curso. Supone que aprenda, a través de los sentidos, a reconocer y a clasificar no sólo objetos sino también cualidades (colores, formas, intensidades...), y que las introduzca en su lenguaje tanto en comprensión como en expresión.* (Ministerio de Juventud, 2003, p. 34)

La perfección de las percepciones[37] facilita los aprendizajes: un niño que no distingue visualmente los caracteres *p* y *q* o *b* y *d* por ejemplo, que no discrimina los sonidos [pul] y [bul] tiene más dificultades que el que los distingue con facili-

37. Sobre la distinción entre sensación y percepción, véase por ejemplo Arletti Streri (1994).

dad. Por otra parte, a través de las percepciones sensoriales es como se construye la actividad mental de la evocación. Durante un contacto sensorial, nuestros sentidos transmiten percepciones al cerebro. Cuando el contacto sensorial se rompe, podemos recordar mentalmente algunas informaciones sensoriales vividas con anterioridad: en esto consiste la actividad mental de la evocación. Dicho de otra forma, una evocación es el recuerdo mental de percepciones sensoriales anteriores. Estas percepciones mentales pueden implicar sentidos muy diversos, muy a menudo la vista y el oído (pero no olvidemos las evocaciones olfativas o gustativas de las que hablan tantos escritores, tales como la manzana de Lucie Delarue-Mardrus o la magdalena de Proust). Resulta provechoso también explorar las posibilidades de evocación kinestésicas, que pueden ser para algunos niños y niñas el trampolín para el desarrollo de otros tipos de evocación.

Desarrollo sensorial

Dos objetos se parecen o difieren en una o varias propiedades: en esto se sitúa el punto de partida de las actividades lógicas. Se perciben estas propiedades por medio de varios sentidos; los cinco sentidos habituales, pero también:

- El sentido térmico: percepción de las temperaturas.
- El sentido cromático: percepción de los matices y de la gama de colores.
- El sentido estereognósico: percepción de las formas planas o en volumen.
- El sentido bárico: percepción de las masas.
- El sentido kinestésico: percepción de los movimientos de las extremidades superiores, de su coordinación y de la motricidad fina.

Algunos sentidos nos permiten percibir nuestro entorno a distancia (vista, oído, olfato); otros nos aportan informaciones mediante el contacto (tacto, gusto).

El material sensorial, cuya importancia y relación con los aprendizajes matemáticos elementales parece haber puesto de relieve por primera vez María Montessori, es una herramienta óptima para el desarrollo de los sentidos, ya que orienta «la mente del niño hacia la cualidad específica de un objeto». En efecto, en un material sensorial únicamente varía una propiedad y las demás son constantes. Contribuye, además, a enriquecer y a desarrollar la precisión. Entre los dos años y medio y los seis años, el niño atraviesa la etapa sensible del perfecciona-

miento de los sentidos: es el periodo de su vida en que posee mayor facilidad para desarrollar la precisión.

El término «periodo sensible» fue inicialmente utilizado por un biólogo, Hugo de Vries (refiriéndose al comportamiento animal) y más tarde retomado por María Montessori: caracteriza un periodo limitado durante el cual el niño experimenta un interés particular muy fuerte por la adquisición de una competencia determinada. Esta competencia se adquiere con mayor facilidad, rapidez y eficacia que en cualquier otro momento. Aparece en una edad concreta, que varía ligeramente de un individuo a otro; una vez que esta etapa ha terminado, es necesario un esfuerzo mucho mayor para un aprendizaje equivalente.

Señalemos para terminar que el desarrollo de cada uno de los distintos sentidos va acompañado de un desarrollo de los demás; así mismo, las actividades con el material sensorial pueden permitirnos detectar algunas deficiencias que, descubiertas a tiempo, pueden ser tenidas en cuenta, incluso corregidas mediante intervenciones adaptadas (el diagnóstico y el tratamiento de eventuales problemas de orden fisiológico, especialmente de la vista, no son competencia de la escuela, sino de las familias o, en su defecto, de los servicios sociales).

Asociaciones por parejas

La asociación por parejas es la primera herramienta para reconocer las propiedades de un objeto.

Las actividades relacionadas con la asociación por parejas se refieren en una primera etapa –de dos a tres años– a la formación de parejas de objetos idénticos, primero materiales (objetos de la vida cotidiana en dos ejemplares, pares de cajas de aromas...), y después representados (por ejemplo dominó de flores). Se puede recurrir al mismo tiempo a varios sentidos para la formación de las parejas, o imponer la utilización de un solo sentido (por ejemplo el tacto, mediante la «caja táctil» descrita en la actividad 11). En una segunda etapa –a partir de 3-4 años–, la formación de parejas se basa en la observación de una propiedad común a los dos objetos, que los diferencia de todos los demás: esta propiedad puede ser

sensible (sentido estereognósico cuando hay que asociar una llave y el candado que abre; sentido del olfato, en el caso de las cajas de aromas; sentido del tacto, en el caso de los juegos de manipulación, que pueden no tener el mismo color...) o no (asociar un perro a su caseta, un gato a su cesta, un pájaro a su nido, en los juegos de dominó).

Es imprescindible recurrir a canales sensoriales diversos mediante actividades de asociación, para aumentar la sensibilidad sensorial de los niños y las niñas –el entrenamiento de uno de los sentidos va acompañado del desarrollo de los demás sentidos, por lo menos hasta cierto punto–, y al mismo tiempo para conseguir que lleguen progresivamente a la abstracción del concepto matemático de asociación por parejas. Por ejemplo, en una clase en la que todos los niños y las niñas han practicado durante bastante tiempo las asociaciones táctiles (saquitos de semillas, pares de tejidos), un niño se entrena con las cajas de sonidos. Les explica a sus compañeros y compañeras: «Es igual que con los saquitos de semillas: no se toca, se sacude y se escucha el sonido», y eso quiere decir –aunque expresado de manera poco hábil: «Es como... pero con la diferencia...»– que al menos, en parte, ha realizado un trabajo de abstracción. Practicamos socialmente las asociaciones en los juegos de dominó, en el bingo, en el Memory.

Aspectos relativos al lenguaje

Cuando están trabajando de dos en dos o en grupo, si es necesario utilizando la marioneta de la clase como mediadora, es el momento de nombrar las propiedades que se han utilizado para realizar las asociaciones y, por tanto, de enriquecer el vocabulario sensorial. El docente se esfuerza en emplear un vocabulario preciso, evitando en la medida de lo posible el empleo del calificativo «igual», utilizando en su lugar el nexo verbal «igual... que», con el cual precisa el tipo de criterio de asociación. Por el contrario, es totalmente prematuro pretender que, incluso al final del curso de 3-4 años, –y con mayor motivo en las clases de los más pequeños–, los niños y las niñas empleen de manera natural esta fórmula; pedirles, en la medida de lo posible, mayor precisión por su parte cuando utilizan el calificativo «igual» (¿por qué es igual?, ¿qué es igual?) exige un trabajo de precisión del lenguaje... que dará su fruto a largo plazo.

Por ejemplo, las asociaciones cromáticas nos dan la oportunidad de nombrar los colores si se realizan correctamente: estos dos [nombramos el objeto] son [nombramos el color] (estos dos platos son rojos), y en caso de error mencionar los matices: este [designamos el objeto] es [designamos el color], este otro es [adjetivo que define el matiz] (este vaso es rojo, este otro es naranja). La asimilación de este vocabulario por parte del niño se hace progresivamente. Cuando se han familiarizado con las asociaciones (nivel 1 de adquisición), podemos comenzar a evaluar el conocimiento del vocabulario pasivo: tráeme un... rojo (nivel 2 de adquisición).

Finalmente, evaluar el conocimiento del vocabulario activo: ¿de qué color es este objeto? (nivel 3 de adquisición). Una vez alcanzados los niveles 1 y 2, el empleo de colores puede comenzar a utilizarse como herramienta para actividades que se refieran a otras competencias.

Observaciones: si bien «realizar correctamente las asociaciones» es una competencia que podemos relacionar con las matemáticas, el conocimiento del vocabulario relativo a los colores, por el contrario, no tiene nada que ver con esta disciplina, sino que forma parte de las adquisiciones lingüísticas generales.

Según los criterios de las asociaciones, el vocabulario está más o menos desarrollado en nuestra lengua. No deja de tener interés señalar que no disponemos de un vocabulario muy extenso para describir y nombrar (si no es por analogía) los diferentes olores de nuestro entorno, contrariamente a lo que sucede en el registro de los colores, por ejemplo: así, podemos decir de un objeto que es azul, sin hacer referencia a otros objetos azules (cielo, aguamarina). Si empleamos «limón» para un color, estamos precisando un matiz del amarillo; por el contrario, el mismo término empleado para un olor designa lo que tiene más o menos el mismo olor que la fruta en cuestión, y no disponemos de ningún medio más para referirnos a dicho aroma.

El trabajo sobre los emparejamientos permite igualmente iniciar la adquisición del vocabulario sobre los conectores y en particular sobre las conjunciones de coordinación. Sucede así cuando los emparejamientos se realizan correctamente (estos dos... son rojos, este... es rojo y este... también), pero también si no se hacen correctamente (este objeto es rojo, pero este otro es naranja). Podemos también formular una negación simple (no es el mismo... que...) o doble (no son ni... ni...).

Variables didácticas[38]

Una actividad de asociación es más o menos asequible para los niños en función de diversas variables:

- El o los sentidos que intervienen. Nuestra civilización occidental da escasa importancia, especialmente en la institución escolar, a algunos sentidos: el olfato, el gusto, el sentido térmico, el sentido bárico, el sentido del tacto... Mientras que los juegos simples de dominó habituales (por ejemplo el dominó de los colores) no presentan apenas dificultad para la mayoría de los niños de educación infantil, en especial a partir de 4-5 años, y que muchos dominós se han ideado para niños muy pequeños– a partir de 18 meses–, un dominó táctil, por el contrario, no lo resuelven a la primera, ni siquiera los de 5-6 años.
- El tamaño de los elementos que hay que emparejar, y la importancia que tiene la diferencia de su aspecto: si varían en detalles muy pequeños, la asociación se hace más difícil ya que se necesita una mayor observación y una comparación más precisa.
- El número de elementos: asociar tres pares de tejidos es por supuesto menos complicado que hacerlo con seis, aunque sea sólo por el número de parejas que se pueden hacer teóricamente tomando dos objetos de forma arbitraria entre seis (quince posibilidades), es decir, mucho más del doble.
- La complejidad del criterio, especialmente si hay que dejar de lado algunas propiedades evidentes: emparejar animales de madera, algunos de los cuales son de madera de color natural y otros pintados, es más difícil que si tienen exactamente el mismo aspecto.

La importancia del perfeccionamiento de los sentidos, como medio de investigación del entorno, está regulada en el programa de 2002. El recurso a las percepciones se encuentra igualmente de los 5 a los 8 años (sobre todo en geometría).

38. El término «variable didáctica» designa cualquier parámetro de una situación de enseñanza que el docente puede modificar para influir en los procesos de resolución elaborados por los alumnos, en su accesibilidad, sus características o su complejidad.

Modalidades de utilización pedagógica

Actividades motrices globales



ACTIVIDAD 1. LOS ZANCOS

Objetivos pedagógicos

- Distinguir los colores.
- Realizar una asociación de colores.
- Utilizar en situación «del mismo color que».

Desarrollo

La mayor parte de los zancos comercializados hoy en día para las escuelas de educación infantil son de colores vivos. En el momento de colocarlos en su sitio, se ponen casi siempre amontonados. En lugar de utilizar un par de zancos cogidos al azar, se les puede decir que cojan dos del mismo color.



ACTIVIDAD 2. PLACAS TÁCTILES GIGANTES

Objetivos pedagógicos

- Practicar el sentido del tacto y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen consciencia de las percepciones táctiles.
- Emparejar objetos que tengan la misma característica táctil.

Desarrollo

Las placas táctiles gigantes existen como material comercializado: se trata de placas recubiertas de distintos materiales, que tienen un tacto diferente dependiendo del material[39]. Se trata de encontrar, con los ojos vendados, y mediante una exploración táctil con los pies descalzos, las dos placas recubiertas del mismo material. Si la asociación táctil con la planta de los pies nos parece difícil, se les puede decir a los alumnos que se pongan a gatas y que las toquen con las manos, teniendo también los ojos vendados.

Actividades rituales



Actividad 3. Poner su etiqueta en el tablón de asistencia

Objetivos pedagógicos

- Reconocer su imagen entre varias fotografías.
- Utilizar indicaciones espaciales y/o el reconocimiento de la imagen propia para localizar dónde colocar su pegatina en el tablero.
- Asociar palabras sencillas (los nombres) escritas de la misma manera.
- Reconocer cómo se escribe su nombre y otros nombres y/o palabras.

Desarrollo

En la clase de 2-3 años, el tablón de asistencia puede ser un tablón donde se ponen las fotos de los niños. Las etiquetas con los nombres pueden ponerse, en un montón, encima de una mesa a la entrada del aula. Cuando llegan, los niños buscan su etiqueta en la mesa y la van a colocar en su sitio, en el tablón.

Al empezar el curso, la etiqueta puede llevar la fotografía y el nombre en la misma cara; si hace falta, siempre que la clase esté organizada en equipos o en grupos, puede llevar también el símbolo (color, animal) del equipo al que pertenece.

Dado que las etiquetas tienen que soportar muchas manipulaciones, es oportuno renovarlas con regularidad; es el momento de modificarlas:

- Fotografía por delante, nombre por detrás: las etiquetas de encima de la mesa presentan el reverso visible (el anverso permite la autocorrección).
- Nombre escrito de varias formas distintas: mayúsculas de imprenta, letra manuscrita, cursiva.

Así mismo, para evitar que la asociación (de formas para la cara o para el nombre) sea sustituida por estrategias de localización de la posición en el tablón –basándose quizás en competencias espaciales y apoyándose en una estrategia totalmente legítima–, es conveniente

39. Se pueden realizar a buen precio a partir de retales de distintos revestimientos para el suelo (revestimiento plastificado, liso y que produce una impresión de frío, moqueta –de distintos materiales y diferentes tipos de fabricación–, alfombras pequeñas –algodón, lana, fibras sintéticas... de nudos, tejido de través, tejido de espiga...–, o trozos de una más grande ligeramente estropeada y desechada. Pensar también en las jarapas, en las alfombras del cuarto de baño...

cambiar de vez en cuando las posiciones respectivas de las fotografías (véase en el capítulo siguiente «Selección y clasificación», actividad 22).

En grupo, emparejando las etiquetas, se busca quiénes son los niños y niñas que no han venido a la escuela.

Observación: si los niños y niñas forman grupos fijos durante un período determinado, se facilita mucho la búsqueda del nombre si se ponen las etiquetas en una mesa distinta para cada equipo.



ACTIVIDAD 4. EL TABLÓN DE CARGOS

Objetivos pedagógicos

- Repartir los cargos, para asegurar el buen funcionamiento de la clase.
- Desarrollar el sentido de colaboración personal para el bienestar colectivo.
- Utilizar un código funcional en la lectura.
- Encontrar su nombre en una lista mediante la asociación con su etiqueta o de memoria.

Desarrollo

En las clases de 2-3 años, el tablón de los cargos puede presentarse en forma de doble lista, es decir de un tablón con dos columnas: en una de ellas, se colocan las viñetas que representan los cargos, y en la otra, las etiquetas con el nombre de los niños. El acoplamiento entre una viñeta-cargo y la etiqueta-nombre indica que ese día un niño concreto tiene que ocuparse de una tarea determinada.

Igual que con el tablón de asistencia, es bueno que las viñetas-cargo sean móviles, y que sus emplazamientos respectivos se cambien de vez en cuando para evitar que las localicen basándose principalmente en la posición de todas en el tablón.

Actividad de grupo



ACTIVIDAD 5. ASOCIACIONES GESTUALES[40]

Objetivos pedagógicos

- Despertar el interés por estar en grupo.
- Desarrollar la atención y la observación.
- Reconocer el esquema corporal.
- Reproducir un movimiento sencillo.

Desarrollo

El docente está de pie, o mejor sentado en una silla de adulto[41]. Hace un movimiento sencillo que los niños y las niñas imitan a continuación.

Con los más pequeños, se empieza por movimientos amplios y simétricos de las dos manos (poniendo las dos manos en la cabeza, en la nariz, en la barbilla, en los hombros sin cruzarlas o cruzándolas). En alguna ocasión, durante el curso, se pueden mostrar movimientos con una sola mano, dejando la otra inmóvil, en una posición neutra (encima de las rodillas, a la espalda...): sin darle importancia en este momento a la elección de mano efectuada por los niños; lo que cuenta ahora es la asociación gestual, no la lateralidad. Dejaremos para los cursos siguientes las actividades que requieren movimientos diferentes de las dos manos.

40. Véase Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994, actividad 26, p. 72.
41. Lo que hace que esté más cerca del grupo, permitiendo, sin embargo, la visibilidad de toda la clase; y llegado el caso, facilita sus posibles intervenciones para que los niños y las niñas que están aún el rincón de trabajo de grupo se acerquen.

Actividades funcionales y de la vida diaria



ACTIVIDAD 6. VOLVER A TAPAR LOS ROTULADORES

Objetivos pedagógicos

- Promover el respeto por el material colectivo (actividad funcional).
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Entrenar el sentido cromático, perfeccionarlo.
- Distinguir las propiedades de color y forma de los objetos, es decir, darse cuenta de que el color y la forma son propiedades independientes.
- Formar parejas con objetos del mismo color.
- Entrenar la motricidad fina necesaria para volver a tapar el rotulador.

Desarrollo

Esta actividad funcional supone que los rotuladores utilizados en clase tienen tapones del mismo color que el cuerpo del rotulador.

Después de cada sesión de grafismo, o si no de manera sistemática al final de la mañana, tomarse el tiempo de verificar con los niños y las niñas que todos los rotuladores están correctamente cerrados. Hacerles notar el esfuerzo de presión que necesitan para cerrarlos herméticamente (llamar su atención sobre el posible "clic" que indica que el tapón está suficientemente metido).

Al principio del año, lo más importante es que todos los rotuladores estén bien cerrados, tanto para evitar manchas como para garantizar su duración; ir insistiendo para que los niños piensen que la asociación de colores es tan importante como taparlos para que no se sequen.

Es preferible que, durante los primeros meses, se limite el número de matices de distinto color de que dispone cada niño o niña (con menos de una docena, podemos ya tener a nuestra disposición los tres colores primarios, los tres complementarios, un marrón y el negro).

Cuando tenemos la seguridad de que estas asociaciones se han asimilado, podemos aumentar el número de matices sin ningún problema.



ACTIVIDAD 7. BOTELLAS Y TAPONES DE ROSCA

Objetivos pedagógicos

- Fomentar el sentido del orden.
- Flexibilizar la muñeca.
- Fortalecer los dedos de la mano que hacen pinza.
- Desarrollar la autonomía.
- Mejorar la coordinación ojo-mano.
- Calcular diámetros.
- Perfeccionar el movimiento que permite hacer coincidir la rosca del cuello de una botella y la del tapón correspondiente.
- Coordinar varios movimientos para acertar (sujetar, empujar, dar vueltas) para enroscar.
- Acoplar un objeto macho y un objeto hembra que tengan una rosca igual.
- Utilizar en situación el vocabulario: «cerrado», «abierto», «enroscar», «desenroscar», «poner», «quitar», «cerrar», «abrir».

Desarrollo

Formar con anterioridad una colección de botellas de plástico (vacías) con cierre de rosca, y poner todo en un montón dentro de un cesto. Elegir las botellas de forma que tengan cuellos con un diámetro lo bastante diferente para que no sea posible un cierre forzado; es preferible tener botellas pequeñas de poca capacidad. Se puede quitar la anilla de plástico que queda casi siempre alrededor del cuello de la botella cuando se abre por primera vez si queremos evitar una asociación basada en el criterio del color.

La tarea consiste en decidir el tapón y la botella que van juntos y en enroscar el tapón en la botella adecuada. En los primeros intentos, el niño opera por tanteo. Es necesario un entrenamiento más o menos largo antes de conseguir que haga el movimiento con facilidad.

Esta actividad funcional tiene más sentido si se inserta dentro de un proyecto de merienda donde los niños tienen que servir la bebida a un pequeño número de invitados utilizando botellas de este tipo.

Es imprescindible controlar con frecuencia la limpieza de las botellas y de los tapones, y que un adulto lleve a cabo un lavado eficaz tan a menudo como sea necesario.

Material

Nota: para cualquier asociación sensorial[42], la finalidad principal de la actividad es distinguir los dos elementos idénticos, de forma sensorial. Es secundario conocer el nombre de la propiedad común de los componentes. Por ejemplo, el emparejamiento por colores se ha conseguido cuando los matices están correctamente asociados, aunque los nombres de los colores no se hayan memorizado; lo mismo decimos para los olores: puede ser que alumnos que son capaces de distinguir que dos elementos tienen o no el mismo olor, no conozcan el nombre de esos olores. Todas las asociaciones sensoriales contribuyen a desarrollar la atención.

El material sensorial tiene un interés particular si se incluye dentro de un proyecto centrado en el desarrollo de los sentidos. En este caso, el reconocimiento de los objetos por medio de los distintos sentidos puede ser pertinente. Por el contrario, para el trabajo matemático que concierne a las asociaciones sensoriales, el objetivo no es determinar cuáles son exactamente los objetos que forman el par, sino únicamente tener claro que son idénticos desde el punto de vista sensorial tratado: así, asociaremos dos saquitos de huesos de fruta porque, al tocarlos, tocamos lo mismo y no intentamos saber de qué fruta son...



ACTIVIDAD 8. ASOCIACIONES CROMÁTICAS

Objetivos pedagógicos

- Distinguir las propiedades de color y forma de los objetos.
- Ejercitar el sentido cromático y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen consciencia de las percepciones visuales cromáticas.
- Asociar por pares objetos del mismo color.

Desarrollo

Hay muchos materiales que pueden utilizarse para trabajar las asociaciones de color. Para los de 2-3 años, unas pequeñas bases de madera con un pivote de un solo color por el que se hace pasar una anilla del mismo color[43], provocan un interés inmediato y ofrecen la ventaja de desarrollar al mismo tiempo la motricidad fina y la coordinación ojo-mano.

42. Para una visión de conjunto sobre las asociaciones y su explotación a lo largo de la educación infantil, véase Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1994, pp. 72-80.
43. Material disponible de la editorial OPPA, catálogo Nienhuis Montessori.

Del mismo modo se pueden utilizar fichas de colores variados, dos de cada color, o conos que se tienen que encajar en una base del mismo color.

En una clase en la que la mayoría de los niños y las niñas tiene un bagaje limitado de vocabulario sobre los colores, se puede comenzar por los tres colores primarios (simultáneamente) y completarlo después con los tres complementarios (simultáneamente también); añadir más tarde otros matices.



ACTIVIDAD 9. ASOCIACIONES VISUALES DE OBJETOS DIFERENTES

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar los sentidos visuales, cromático y estereognósico y perfeccionarlos.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones visuales, cromática y estereognósica
- Realizar emparejamientos visuales utilizando simultáneamente las propiedades de color y forma.

Desarrollo

Cualquier conjunto de objetos con dos ejemplares exactamente iguales se presta a actividades de asociación visual: por ejemplo, animales[44], coches, frutas y verduras artificiales del rincón "mercado" o "cocina", o simplemente objetos de uso corriente idénticos: dos lapiceros nuevos, dos gomas, dos pares de tijeras. Comenzar con tres pares de objetos muy diferentes, aumentar progresivamente el número de pares y escoger objetos menos diferenciados. Más tarde, podremos pasar a asociaciones de objetos que no son estrictamente idénticos dos a dos (por ejemplo: oveja-cordero, vaca-ternero...).

Proponer con estos objetos conocidos asociaciones visuales colocadas en el mismo lugar (los dos conjuntos encima de la misma mesa).

Una vez que las asociaciones visuales se han asimilado en contextos con dominante sensorial, podemos utilizarlas como herramientas de aprendizaje, tanto en el terreno numérico como para la estructuración del espacio.

44. Algunos niños o niñas pueden hablar del arca de Noé, a pesar de que las parejas de animales utilizados en las clases de educación infantil presentan muy pocas veces las escasas diferencias que caracterizan a una pareja formada por un macho y por una hembra.



Actividad 10. Asociaciones táctiles: saquitos de huesos de fruta

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido del tacto y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones táctiles.
- Emparejar objetos que presenten características táctiles diferentes.

Desarrollo

Recoger huesos de fruta leñosos, que se conservan bien y no se pudren fácilmente, por ejemplo dátiles, ciruelas, albaricoques, cerezas, melocotones; quitarles minuciosamente todos los restos de pulpa.

Hacer saquitos de la misma forma y de la misma medida (10 x 12 cm aproximadamente), de una tela fina, no transparente, de color liso preferentemente igual para todas (forro de tafetán, por ejemplo); llenar de dos en dos con huesos de la misma clase; todos los saquitos han de tener la misma forma y el mismo peso, y estar llenos más o menos hasta la mitad.

Los saquitos de huesos se emplean sin ningún dispositivo especial. Se puede prever una discreta marca de color para que el adulto pueda llevar a cabo la comprobación sin necesidad de tocarlos.



Actividad 11. Asociaciones táctiles de objetos familiares

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido del tacto y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones táctiles.
- Emparejar objetos que tengan la misma característica táctil.

Desarrollo

Los conjuntos de objetos utilizados anteriormente para las asociaciones visuales sirven también para las táctiles. Comenzamos con tres pares de objetos muy diferentes y después, a medida que van dominándolo, acentuamos la dificultad (y el interés) aumentando el número de pares y eligiendo objetos menos diferenciados. Como en las asociaciones a distancia, las asociaciones táctiles, una vez que se han asimilado en un contexto con predominio sensorial, pueden

utilizarse como herramientas de aprendizaje, tanto en el terreno numérico como para la estructuración del espacio. Estas asociaciones se realizan con los ojos vendados[45], aunque muchas veces en educación infantil, incluso entre los de 5-6 años, los niños y niñas son reticentes a utilizar una venda.

Es mucho mejor utilizar una caja táctil[46]: se trata de una caja grande, con forma de paralelepípedo, una de cuyas caras lleva dos orificios circulares por el que pasar las manos; se puede mejorar (es decir evitar cualquier tentación de mirar por los agujeros) cosiendo alrededor de estos discos dos manguitos: la parte inferior de una manga o los bajos de un pantalón (tipo chándal) son muy apropiados. Varias distribuidoras de material pedagógico disponen de cajas de este tipo. Algunas tienen una ventana en la parte opuesta a la que posee los orificios para las manos; y eso permite al docente y también a los compañeros y compañeras de clase observar lo que hace el niño o la niña que está realizando la actividad táctil. Algunas sólo tienen un orificio, lo que hace que la actividad sea sustancialmente diferente, incluso si se utilizan dos ejemplares. Otras están previstas para talleres de cuatro alumnos.

En una actividad centrada en el sentido del tacto, es importante no meter los objetos en una bolsita: porque cuando la mano está dentro, el tejido roza la piel del dorso de la mano y las muñecas, y provoca sensaciones táctiles parásitas que dificultan la concentración en las percepciones pertinentes.



Actividad 12. El biombo sonoro

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido del oído y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones auditivas.
- Escoger un movimiento adaptado al objeto sonoro para hacer que produzca un sonido.
- Enriquecer el conocimiento de los objetos sonoros.
- Desarrollar la atención.

45. Por razones evidentes de higiene, cada niño y cada niña deberían tener un pañuelo personal, que hay que lavar con regularidad.

46. Hemos tomado la expresión de la clase de la Sra. Quilan, formadora del profesorado de tercer ciclo en Offranville (Seine-Maritime). Podemos fabricarnos una, pero la fijación de los manguitos requiere habilidad, paciencia y tiempo: sólo un cosido tipo talabartero aguanta bien, en el tiempo, la manipulación.

Desarrollo

- Con «cajas que suenan» (cajas muchas veces cilíndricas que, al girarlas y sacudirlas, producen un ruido que imita aproximadamente el grito de algunos animales: maullido, mugido, piar...). Se necesitan dos ejemplares de cada caja.
- Con instrumentos musicales: se forman dos conjuntos idénticos[47] de instrumentos muy diferentes (por ejemplo, de percusión como: maracas, campanillas, platillos, carracas...).
- En ambos casos, comenzamos con tres pares y se aumenta después el número de pares.
- Se colocan los dos conjuntos a cada lado de un biombo (una tela enmarcada o dos paneles de cartón con bisagras, por ejemplo). Un niño se coloca a cada lado de este biombo. Uno de los dos hace sonar un objeto o un instrumento y el otro intenta reproducir el mismo sonido. Cuando los dos niños están de acuerdo en que es el mismo sonido, lo controlan visualmente levantando los instrumentos por encima del biombo.



Actividad 13. Asociaciones mixtas visuales/táctiles

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar los sentidos visual y táctil y perfeccionarlos.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones visuales y táctiles.
- Unir percepciones visuales y táctiles para realizar las asociaciones por pares.
- Elaborar una representación mental a partir de las percepciones visual y táctil.

Desarrollo

Los conjuntos de objetos en doble ejemplar que se han utilizado para las asociaciones visuales y para las táctiles pueden servir igualmente para las asociaciones mixtas visuales-táctiles. Uno de los dos juegos se mete en la «caja táctil» y el otro se deja a la vista. Una mano elige uno de los objetos visibles –que se puede tocar tanto como se quiera– y la otra intenta encontrar un objeto oculto que sea idéntico.

Como se recurre a dos canales sensoriales diferentes, las asociaciones mixtas visuales-táctiles contribuyen eficazmente a la elaboración de nexos entre distintas percepciones.

47. Material llamado «exploración táctil» disponible en OPPA, para un niño, o para dos niños.

Si se consigue rápidamente, esto proporciona al docente un indicador fiable de que el niño ha recurrido a una representación mental.



Actividad 14. Asociaciones olfativas: las cajas de olores

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido del olfato y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones olfativas.
- Asociar sustancias que desprenden el mismo olor.

Desarrollo

El material[48] pedagógico está formado por un número par de envases (escoged los que no tengan olores residuales marcados, los botes de carretes de fotos pueden servir), todos de la misma forma, del mismo tamaño, del mismo material, de la misma masa y del mismo aspecto visual; cada dos contienen la misma sustancia aromática dentro de un tampón de algodón blanco para impedir que tenga lugar una focalización visual. El objetivo es formar pares de cajas que contengan la misma sustancia aromática.

Las asociaciones olfativas están especialmente indicadas con niños de 2-3 y 3-4 años (según Maria Montessori, la fase sensible[49] de olfacción va del año y medio a los cuatro años). En estas dos primeras clases nos limitamos sobre todo a formar pares de envases que tengan el mismo olor sin plantear todavía la pregunta sobre el tipo de olor: «huele igual» o mejor «tiene el mismo olor», y no «los dos huelen a chocolate».

48. Para una descripción detallada que nos permita fabricar este material a buen precio, véase Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, actividad 30, p. 78.

49. El sentido del olfato está relativamente poco desarrollado en el ser humano, sobre todo si se compara con otras especies animales; se debe en particular a que el número de receptores olfativos en el hombre –que disminuye con la edad– es cien veces menor que en el perro por ejemplo. Sin embargo, el nivel diferencial olfativo es similar al observado para la visión y para la audición. El sentido del olfato está operativo desde los primeros minutos de la vida de un ser humano: el recién nacido reconoce el olor de su madre diferenciándolo de un olor no humano o del de otra madre. Parece que el ser humano es capaz de distinguir unos treinta y un olores primarios... lo que sobrepasa con mucho lo que podemos presentar en una clase. Subrayemos para acabar, que nuestra cultura limita mucho los olores considerados tolerables, y desarrolla el uso de múltiples desodorantes.



ACTIVIDAD 15[50]. JUEGO DE ENROSCAR PERSONAJES

Objetivos pedagógicos

- Flexibilizar la muñeca.
- Fortalecer los dedos de la mano que hacen pinza.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Coordinar varios movimientos (sostener/agarrar, empujar, dar vueltas/hacer girar) para enroscar.
- Emparejar objetos de la misma forma y del mismo color, o sólo de la misma forma, o sólo del mismo color.
- Tomar conciencia de la independencia entre las propiedades de color y de forma de los objetos (en el caso de la utilización en asociación exclusivamente táctil).
- Perfeccionar el movimiento que haga coincidir el enroscado de la pieza macho en la pieza hembra correspondiente.
- Asociar un objeto macho y uno hembra que tengan la misma rosca.
- Utilizar la forma verbal «igual... que».

Desarrollo

Las manipulaciones con personajes están formadas por ocho pares de cuerpos geométricos, de cinco formas diferentes (esfera truncada, cilindro –dos formas–, tronco de cono –dos formas–) que tienen una rosca y cuatro varillas con rosca. Todas las roscas son idénticas. Algunos pares de estos sólidos existen en dos colores diferentes: cilindros verdes o violeta, troncos de conos amarillos o naranja. El enroscado de formas diferentes hace que se puedan construir pequeños personajes.

Una vez que los niños se han familiarizado con las manipulaciones, se puede utilizar este material para asociaciones táctiles poniéndolos en una «caja táctil». Como normalmente no se reconocen los colores con las manos[51], con los cilindros y los conos de dos colores hay una probabilidad de cada dos de formar un par que tenga la misma forma y el

50. Catálogo Nathan.

51.Los colores están asociados a ondas, y prácticamente en la totalidad de los seres humanos el único órgano adaptado para tratar esta información es el ojo. Sin embargo algunas personas son capaces de detectar con las manos fenómenos vibratorios de este tipo, y pueden reconocer colores de manera táctil. Se trata de un fenómeno extraordinariamente poco frecuente y sería algo excepcional que un niño pequeño fuera consciente de esto.

mismo color, y una de cada dos de sacar un par de la misma forma pero de color diferente. La disparidad forma-color que aparece causa a veces sorpresa: un acoplamiento de dos formas idénticas de colores diferentes no «está mal», como dicen los pequeños espectadores, quienes, por el hecho de ver, tienen una gran dificultad para hacer abstracción de la propiedad color.



ACTIVIDAD 16. ÁRBOLES CON TORNILLOS

Objetivos pedagógicos

- Flexibilizar la muñeca.
- Fortalecer los dedos de la mano que hacen pinza.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Estimular la opción por una lateralidad.
- Calcular diámetros.
- Perfeccionar el movimiento haciendo que la rosca de la pieza macho y el tornillo de la pieza hembra correspondiente coincidan.
- Coordinar varios movimientos (sujetar, empujar, dar vueltas) para enroscar.
- Emparejar un objeto macho y uno hembra con la misma rosca.
- Adaptar los movimientos en función de los problemas de orientación.

Desarrollo

El material está formado por un tronco cilíndrico, fijado en una base para estar seguros de la estabilidad del conjunto, del que salen varias varillas cilíndricas con roscas del mismo diámetro; cuatro varillas de rosca de diámetro diferente al de las varillas «ramas» salen de la base como si fueran setas. Hay catorce medias-bolas con una vuelta de rosca adaptada para enroscar en el extremo de las ramas o como sombrero de las setas. La principal dificultad consiste en enroscar con una sola mano (contrariamente a las manipulaciones o a los tapones de las botellas, en los que las dos manos hacen movimientos complementarios y pueden así contribuir simultáneamente al enroscado) y adaptar el movimiento a la orientación de la varilla.

Juegos



Actividad 17. Juego de las serpientes de escamas multicolores

Objetivos pedagógicos

- Hacer que tomen conciencia de las percepciones sensoriales.
- Distinguir las propiedades de color y forma.
- Desarrollar el control del movimiento (tirar un dado).
- Leer un dado con caras de colores.
- Asociar objetos del mismo color.
- Respetar las reglas de los juegos de mesa (incluso cuando se modifican reglas ya conocidas).

Desarrollo

El material de juego está formado por un tablero de juego individual, fichas (cuadradas o redondas) de los mismos colores que los de las caras del dado, y (regla n.º 2) por un dado de caras de colores. En cada tablero está representada una serpiente que tiene escamas de varios colores de la misma forma y tamaño que las fichas.

Regla n.º 1: se usa como material o como juego: sacar una ficha de color y colocarla encima de una escama del mismo color de la serpiente dibujada en el tablero. Si hay varios alumnos que trabajan juntos y cada uno elige alternativamente las fichas al azar (por ejemplo sacándolas de una bolsa opaca), nos encontramos en una situación de juego: en este caso, después de unas cuantas jugadas, se puede pasar una vez sin jugar si la serpiente no tiene ya ninguna escama sin cubrir del mismo color que la ficha elegida. Gana el jugador cuya serpiente tenga antes todas las escamas recubiertas.

Regla n.º 2: cada jugador, por turno, lanza el dado y pone encima de un espacio en color de su serpiente una ficha del color indicado por el dado. Gana el jugador cuya serpiente tiene antes todas las escamas cubiertas.

Observación importante: la lectura del dado no es innata. Estaría bien abordar esta novedad con dos o tres niños, sentados en tres lados diferentes de la mesa de juego. Se utiliza un dado grande (por ejemplo, un gran dado de espuma en el que se han colocado pegatinas de color de gran tamaño para reproducir un dado análogo al que se utilizará posteriormente para jugar). Normalmente, el niño «lee»la cara que está más cerca de él, sobre todo si la mesa es lo bastante alta en comparación con las sillas para que los alumnos no

vean, o no vean bien, la cara superior del dado: tienen que estar colocados de manera que ninguno pueda ver la misma cara lateral; es importante sugerirles que se muevan para que puedan convencerse de que su compañero no puede ver lo mismo que ellos[52]. Al cambiar de lugar, los niños constatan que todos pueden ver la cara superior y que reciben todos la misma información: hacer ver a los niños que esta particularidad facilita la convención de cuál es la «cara que hay que leer».



Actividad 18. Los ositos de colores

Objetivos pedagógicos

- Utilizar un dado con caras de colores (tirar y leer).
- Aceptar tirar al azar.
- Asociar objetos del mismo color.
- Respetar las reglas de los juegos de mesa.

Desarrollo

Este juego Ravensburger se llama en alemán Farbenbär. Consta de ocho ositos de colores (cuatro colores, dos ejemplares de cada color), dos dados con caras de colores y dieciséis cartas con tarros de miel, que no se utilizan con la primera regla.

Se empieza el juego asociando colores: tienen que colocar los ositos por pares del mismo color y ponerlos de dos en dos (están enfadados). Cada jugador, cuando le toca, lanza los dados y le da la vuelta a un oso de cada uno de los colores indicados por el dado. Gana el primero que consigue reconciliar a un par de ositos: están uno frente al otro y pueden darse un beso.

(Volvemos a utilizar este juego, con otra regla, en la tercera parte, en el capítulo «Comparación de conjuntos».)

52. Sabemos perfectamente que en la educación infantil, los niños y las niñas tienen una gran dificultad en adoptar un punto de vista que no sea el suyo.



ACTIVIDAD 19. SERPENTINA

Objetivos pedagógicos

- Distinguir las propiedades de color y forma.
- Desarrollar el control de los movimientos (manipular las cartas con cuidado, colocar una carta al lado de otra, tocándose).
- Ver las distintas partes de una imagen, independientes unas de otras.
- Asociar por colores.
- Respetar las reglas del juego.

Desarrollo

Este juego, distribuido por Amigo, está formado por cincuenta cartas: cartas cabezas, cartas cuerpos y cartas colas. Se reparte un número determinado de cartas entre cada jugador, que las mira sin enseñárselas a los demás; el resto de las cartas forman un montón con la cara de las serpientes oculta. Para empezar el juego, se da la vuelta a la primera carta del montón y se pone sobre la mesa, con el lado de la serpiente visible. Cada jugador, cuando le toque, coloca una carta sobre la mesa: si puede, continúa la serpiente, respetando los colores (el cuerpo de la serpiente no ha de cambiar bruscamente de color, sino progresivamente: sólo se pueden juntar, por ejemplo, cartas que tienen el borde del mismo color). Si no puede hacerlo, empieza otra serpiente. Mientras queden cartas en el montón, se roba una cada vez que se pone una. Gana el primero que completa una serpiente (colocando una carta cabeza si la serpiente tiene ya una carta cola, o una carta cola si tiene una carta cabeza).

Expresión escrita

En lo que concierne a las asociaciones por pares, existen pocas referencias de tipo funcional, si dejamos aparte las reglas de juego o la relación de los juegos en curso. Teniendo en cuenta la escasa familiaridad de los más pequeños con la escritura, y que las actividades de asociación tienen lugar desde el inicio del año escolar, es prematuro en general, hacer carteles sobre este tema.

Evaluación

Referencial de competencias

- Identificar una (o varias) propiedad(es) de un objeto.
- Identificar una (o varias) propiedad(es) común(es) a dos objetos.
- Distinguir, dentro de un conjunto, un objeto que tenga una (o varias) propiedad(es) común(es) con un objeto de referencia.
- Distinguir, dentro de un conjunto, un objeto que tenga una (o varias) propiedad(es) concreta(s).
- Asociar objetos según un criterio dado con un ejemplo.
- Asociar objetos según un criterio dado verbalmente.
- Asociar objetos según un criterio que hay que determinar.

Modalidades de evaluación

No es imprescindible ninguna evaluación formal: la observación durante las actividades funcionales de asociación, o en el momento de descubrir un material nuevo para hacer asociaciones basta para saber si las competencias se han adquirido.

La asociación a distancia es un mecanismo eficaz para evaluar la elaboración de las representaciones mentales: en este caso, uno de los conjuntos está colocado en una mesa de trabajo, y el otro está colocado a distancia dentro del aula, de manera que sus elementos no sean visibles cuando estamos cerca del primer conjunto; se trata de aislar, uno tras otro, todos los objetos de este conjunto y, sin llevárselos consigo, ir a buscar el mismo objeto al otro conjunto, y traerlo para comprobarlo. Se utiliza este dispositivo especialmente en geometría en el espacio (véase la segunda parte de «La estructuración del espacio y el descubrimiento de la geometría», p. 201, actividad 94).

2

Selección y clasificación

Puntos de referencia matemáticos

La clasificación y la ordenación corresponden al concepto matemático de relación de *equivalencia*.

Dado un conjunto, una relación dentro de este conjunto (es decir, una regla de asociación entre sus elementos) es una relación de equivalencia si es:

- *Reflexiva*: cada elemento está asociado consigo mismo.
- *Simétrica*: desde el momento en que un elemento arbitrario está asociado a otro, éste está también asociado al primero.
- *Transitiva*: si de tres elementos arbitrarios sabemos que uno de ellos está asociado a uno de los tres, y que este otro está asociado a un tercero, tenemos la certeza de que el primero está asociado al tercero.

Una relación de equivalencia determina una división del conjunto al que pertenece.

Vamos a analizar lo dicho con dos ejemplos (evidentemente dirigidos a los adultos y no a los niños).

1. Si consideramos el conjunto de los enteros naturales y la relación «tiene el mismo número de unidades que...», veremos que, efectivamente, las tres propiedades se comprueban:
   - Un número cualquiera (por ejemplo 582, pero sería lo mismo con cualquier otro) tiene el mismo número de unidades que él mismo.

- Si un número arbitrario (por ejemplo el 27.459, por decir uno en concreto) tiene el mismo número de unidades que otro número al azar (por ejemplo 739), éste (el 739) tiene el mismo número de unidades que aquél (el 27.459).
- Si un número dado tiene las mismas unidades que otro, sea cual sea, y éste tiene el mismo número de unidades que un tercero, el primero tiene el mismo número de unidades que el tercero.

El conjunto de los enteros está dividido en diez subconjuntos, el de los números cuya cifra de unidades es 0, el de los números cuya cifra de unidades es 1…, el de los números cuya cifra de unidades es 9. Cada uno de estos subconjuntos es un tipo de equivalencia para esta relación.

2 Si consideramos el conjunto de los polígonos que tienen como máximo veinte lados y la relación «tiene el mismo número de vértices que...», un razonamiento similar al que acabamos de llevar a cabo en el ejemplo anterior prueba que esta relación verifica (con exactitud) las tres propiedades características de una relación de equivalencia.

Este conjunto de polígonos está dividido en dieciocho categorías, la de los triángulos, la de los cuadriláteros, la de los pentágonos..., la de los icosaedros (veinte lados).

Cuando la relación de equivalencia sólo contiene dos clases, hablamos generalmente de selección.

Sería el caso si, en un conjunto de enteros, hubiéramos considerado la relación «tener 0 como cifra de las unidades»: en este caso, las dos categorías son, por un lado, el conjunto de los números cuya cifra de unidades es 0 y, por otro, el conjunto de los demás números.

Sería también el caso si hubiéramos considerado, dentro de un conjunto de polígonos de veinte lados máximo, la relación «tener todos los lados de la misma longitud»: las dos categorías son, por una parte, el conjunto de los polígonos que tienen todos los lados de la misma longitud» (podríamos decir «equiláteros» lo que, salvo en el caso de los triángulos, no es sinónimo de «regulares»), y por otra, el conjunto de todos los demás polígonos (polígonos de los que al menos dos lados tienen distintas longitudes).

Puntos de vista pedagógico y didáctico

Acción de una relación de equivalencia en un conjunto

La selección

Seleccionar es hacer dos «montones» en un conjunto de objetos: uno formado por objetos con una propiedad dada, y el segundo por «los demás». Es una actividad que, tanto los adultos en muchas de sus actividades diarias, como los niños en el marco de la escuela practican a menudo cada día: borrar todo lo que no tiene una propiedad dada, subrayar lo que tiene una propiedad determinada, tiene que ver con la selección.

La clasificación

Clasificar según un criterio dado es repartir los diferentes elementos de un conjunto en varios montones de tal manera que, en cada montón, los elementos tengan, para un criterio dado, el mismo valor; dicho de otra manera, que tengan una misma propiedad intrínseca; no hay pues montones «otros». Por ejemplo, se pueden clasificar los Duplo:

- Por el número de salientes o por el número de huecos para encajar.
- Por el color: los rojos, los verdes, los azules, los amarillos (cuatro valores del criterio color, cuatro categorías).

Toda división de un conjunto en familias a las que se puede dar nombre no es necesariamente una clasificación. Tenemos que poder determinar un criterio único y los diferentes valores que dicho criterio adopta en cada una de las subfamilias.

Cuidado, en un conjunto «natural», el color no es una propiedad de clasificación: no podemos hablar del conjunto de todos los objetos rojos del aula (gama de colores, divergencia de denominación según los matices: ¿este objeto es «rojo» o «ladrillo» o «cereza» o «burdeos» o...?). Del mismo modo, las propiedades «pequeño»o «grande» no son características intrínsecas, contrariamente al color o la forma: un objeto aislado no es «pequeño» o «grande», sólo lo es en comparación con otro objeto; además, el mismo objeto puede ser a la vez «pequeño»

y «grande», por ejemplo, la cazuela más grande de una batería de cocina de juguete...

Podemos efectuar una clasificación realizando sucesivamente varias selecciones a partir de valores diferentes de un mismo criterio: por ejemplo con piezas encajables, elegir primero los Duplo; luego, de lo que queda, los Clipo; después los... No es, por supuesto, la única forma de proceder: antes de hacer una clasificación, se pueden igualmente prever las distintas categorías y, eventualmente, llamar la atención sobre una de sus piezas, al azar, y a continuación atribuir a cada categoría las piezas a medida que se sacan del conjunto que hay que seleccionar. Aparte de estas dos estrategias, muchas otras son posibles.

Nota: la clasificación se utiliza durante toda la escolaridad como medio de resaltar ciertas propiedades de los elementos de un conjunto. En geometría, por ejemplo (véanse los capítulos 2 y 4 de la segunda parte, «La estructuración del espacio y el descubrimiento de la geometría»).

Acceso a la transitividad de la equivalencia

Consideremos la relación «ser el siguiente de» en el conjunto de los enteros naturales. El 13 es el siguiente del 12, y el 12 es el que sigue al 11. Pero el 13 no es el que sigue al 11. Esta relación no es transitiva.

Por el contrario, en la relación «ser paralelo con respecto a» en el conjunto de rectas de un plano, sabemos que si una recta $d1$ es paralela a la recta $d2$, y que la recta $d2$ es paralela a la recta $d3$, podemos concluir que la recta $d1$ es paralela a la recta $d3$. Esta relación es transitiva.

Asimismo, si yo sé que François tiene un jersey del mismo color que los calcetines de Sylvain y que Djamila tiene una falda del mismo color que el jersey, no necesito ir a mirar a Sylvain y a Djamila para comprobar que la falda de Djamila es del mismo color que los calcetines de Sylvain.

Toda relación de equivalencia es transitiva.

El trabajo sobre la transitividad de una relación de equivalencia no es una competencia innata: se asimila poco a poco, a lo largo de múltiples usos de relaciones de equivalencia. No se ha asimilado forzosamente del todo al final de la educación infantil.

Aspectos relativos al lenguaje

Lenguaje matemático y lenguaje corriente

Desde el punto de vista de las matemáticas, los términos «ordenar» y «clasificar» tienen el significado contrario al que se les da en el lenguaje corriente. Cuando «ordenáis» vuestro armario, amontonáis la ropa que tiene el mismo uso (jerséis, calzoncillos, calcetines); no la ordenáis de la más clara a la más oscura, ni de la que ocupa más lugar a la que ocupa menos. Por el contrario, para la gestión de vuestra carrera profesional (el cambio de escalafón, los traslados, la inscripción a los cursos de formación continua), la Administración os «ordena» –según ella– por orden de méritos: es decir, hace una lista de los candidatos, poniendo en primer lugar al que tiene el baremo más alto y luego al que lo tiene más alto de los que quedan: se trata de hecho de una ordenación, en el sentido matemático del término.

Selección y clasificación

Del mismo modo que es conveniente tener cuidado con la especificidad de los términos «clasificación» y «ordenación», es importante también distinguir entre «selección» y «clasificación» que, a pesar de ser denominaciones parecidas, designan operaciones muy diferentes.

Hemos visto que la selección remite al concepto matemático de relación de equivalencia (y mucha veces al nexo verbal «igual... que...» como en las asociaciones). Por el contrario la clasificación va unida al concepto matemático de inclusión en un conjunto, designado a veces con la terminología «inclusión de clases».

> *Cuando en 1921 Piaget estudiaba un test de Burt sobre las clasificaciones, se dio cuenta de que los niños de hasta nueve o diez años observados confundían el término «todos» y el término «algunos»; para ellos el primero significaba extensión de una clase principal y el segundo la de una clase subordinada. El problema planteado era saber si esta dificultad para manejar la inclusión, considerada bajo el punto de vista de la inclusión del «algunos» en el «todos», se debía a su expresión verbal o a causas más profundas.* (Bideaud, 1998, p. 87)

Se encontrará un resumen detallado de las investigaciones sobre este tema en el capítulo 2 de *Logique et bricolage chez l'enfant*, de Jacqueline Bideau, que

tiene en cuenta no sólo los trabajos de Piaget, sino también diversos trabajos complementarios.

Mientras que la selección se adquiere durante la educación infantil, la clasificación se les escapa completamente a los niños pequeños: hasta los cinco o seis años, «el niño es incapaz de comprender la relación entre clase y subclase» (Bideaud, 1998, p. 89); la fase operativa de la clasificación se adquiere solamente a partir de los ocho años.

Variables didácticas

En la selección y en la clasificación encontramos las mismas variables que en las asociaciones por parejas: sentidos que intervienen en el trabajo, características, variedad y cantidad de objetos... Además, algunos conjuntos pueden clasificarse según varios criterios, lo que complica el trabajo de ordenación, ya que el niño, sobre todo si se da cuenta de que existen distintos criterios, tiene que conservar el mismo criterio durante toda la actividad.

La forma de comunicar dicho criterio influye también en la dificultad de la actividad: el trabajo iniciado y que tienen que continuar, la regla formulada oralmente o el criterio dejado a la libre elección del niño hacen más compleja una actividad que por el contrario, en algunos casos, los alumnos pueden realizar de forma espontánea, especialmente cuando la abundancia de recursos hace necesario realizar una selección o una organización que facilite su explotación.

Nota: la tabla de coordenadas no ha figurado nunca en los textos oficiales relativos a la clase de 2-3 años. En el programa del 2002, ni siquiera figura en matemáticas en la clase de 3-4 años, sino únicamente en la de 5-6 años (organización y tratamiento de datos numéricos). La comprensión de su funcionamiento exige competencias relacionadas con la espacialización, y en algunos casos con la clasificación: no es pertinente por lo tanto abordarla en las clases de 2-3 años, salvo que se piense exclusivamente en un entrenamiento para una utilización mecánica que nos permita observar logros aparentes, pero que puede frenar e incluso contrarrestar, un verdadero aprendizaje posterior.

Lo mismo que en el programa de 1995, en el de 2002 se insiste en la importancia de practicar seriaciones variadas en educación infantil, para poder disponer más tarde de esta herramienta conceptual. Además, el documento de aplicación (Dirección de enseñanza escolar, 2005) trata en detalle el desarrollo del pensamiento lógico.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



Actividad 20. Grupos de materiales para las actividades de motricidad

Objetivos pedagógicos

- Formar grupos según un criterio impuesto, distinto del afectivo.
- Reconocer diversos valores de un criterio dado.
- Realizar una selección o una clasificación según un criterio dado.

Desarrollo

Cuando llega a la sala de psicomotricidad, cada niño recibe un objeto (por ejemplo una pelota, unos zancos, una cinta); en algún caso puede ser que algunos no reciban nada. Los objetos se reparten aleatoriamente, de manera que varios niños y niñas que entran uno detrás de otro no reciban todos el mismo.

Se trata de organizar talleres de actividades de motricidad en función de los objetos que han recibido (pelotas para el taller de lanzamiento, zancos para un taller-circuito); los que no han recibido nada organizan otro taller (trampolín o trepar, por ejemplo).



Actividad 21. Gran alfombra de selección y clasificación

Objetivos pedagógicos

- Distinguir varios criterios visuales (color, forma, decoración).
- Reconocer diversos valores de un criterio dado.
- Realizar una selección o una clasificación según un criterio dado.

Desarrollo

Nathan comercializa un material de este tipo (Animocolor). Está formado por pequeños objetos para manipular, viñetas-distintivo (color, forma) y por una gran alfombra cuadrada de apro-

ximadamente un metro de lado en la que están dibujadas cuatro casas, cada uno de cuyos tejados comporta tres «ventanas», destinadas a recibir –antes o después– a las viñetas-distintivo que corresponden a la selección o a la clasificación que tienen que llevar a cabo, o que se ha realizado ya entre los objetos. Estos objetos pueden repartirse en las casas a gusto de los niños (y en ese caso las viñetas-criterio se colocan después en las ventanas, si hay que hacerlo), o según criterios determinados a priori (en cuyo caso las viñetas se colocan en las ventanas antes de la actividad).

Actividades rituales



ACTIVIDAD 22. PONER SU ETIQUETA EN EL TABLÓN DE ASISTENCIA

Objetivos pedagógicos

- Reconocer su propia imagen entre varias fotografías.
- Observar una o varias características comunes a varias personas.
- Realizar una selección o una clasificación según un criterio dado.

Desarrollo

Al comienzo del curso, entre los objetivos pedagógicos matemáticos relacionados con el tablón de asistencia, insistíamos en las asociaciones. A lo largo del curso es importante cambiar la apariencia del tablón-base para evitar que la asociación sea sustituida por estrategias de localización de la posición en el tablón. Un primer tipo de cambio puede referirse a trabajar las selecciones y seriaciones:

- Líneas por equipo (cambiar el orden de las líneas).
- Columnas por equipo (lo mismo).
- Una columna «niñas» y otra columna «niños»: como la distinción niña/niño no está quizás clara para todos, se puede comenzar por ejemplo ayudándoles a seleccionar mediante soportes de color diferente (rosa/azul si somos muy convencionales, pero otras opciones son por supuesto igualmente lícitas) para las etiquetas nombre + foto.



ACTIVIDAD 23. GRUPOS DISTRIBUIDOS EN TALLERES

Objetivos pedagógicos

- Organizar una distribución en talleres.
- Formar grupos según un criterio impuesto, distinto del afectivo.
- Identificar varios valores de un criterio dado.
- Realizar una clasificación según un criterio dado.

Desarrollo

La distribución en talleres exige una organización eficaz si queremos evitar una impresión de vacilación que nos lleve a repetir sin mucha eficacia las mismas instrucciones y alarga inútilmente el tiempo de puesta en marcha en detrimento de la duración real del trabajo en talleres. Para ello, se pueden por ejemplo elegir algunos signos distintivos (colores, animales, instrumentos de música) y disponer de etiquetas-nombre que lleven uno de esos signos. Cuando, durante las actividades rituales, procedemos al reconocimiento de los nombres de los niños y las niñas que se corresponden con el mismo signo, estamos haciendo una clasificación: los que tienen el mismo signo se colocan juntos para el mismo taller.

Para evitar que tengamos que hacer varias veces las etiquetas cambiando los signos, podemos utilizar bolsitas transparentes que lleven esos signos y meter dentro las etiquetas. Eso facilita el cambio de la asociación nombre-signo y permite una mayor duración de las etiquetas.

Actividades de agrupación



ACTIVIDAD 24. CAJA DE SELECCIÓN

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar los sentidos visuales (estereognósico y cromático) y perfeccionarlos.
- Tomar conciencia de las percepciones visuales.
- Realizar a simple vista una selección de objetos que tienen una característica determinada.
- Elaborar estrategias que garanticen la eficacia de una selección.

Desarrollo

En una caja grande y de boca ancha, o en una bandeja, se colocan objetos que puedan clasificarse al menos según un criterio (por ejemplo: animales de varias formas y colores, fichas de varios colores, con cuatro o seis ejemplares de cada tipo..., puede variar el número dependiendo de los objetos). Hacer que cada alumno elija un objeto y luego que diga su nombre (si es posible, y si no, hacerlo en su lugar). Decirle entonces que seleccione todos los objetos de la caja. La búsqueda termina cuando el niño dice que ya no hay más y cuando los observadores están de acuerdo con él. Si la selección no se ha llevado a cabo hasta el final, el docente interviene con una observación para volver al examen del contenido de la caja.



Actividad 25. La caja de las sorpresas[53]

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido del tacto y perfeccionarlo.
- Tomar conciencia de las percepciones táctiles.
- Realizar al tacto una selección de objetos con la misma forma.
- Elaborar estrategias que garanticen la eficacia de la selección.

Desarrollo

Se enseñan una docena de objetos reales, cuyo nombre dicen los niños y después meten en la caja táctil; igual da una caja con un solo agujero que una con dos; se introducen en la caja varios ejemplares idénticos de cada objeto, por ejemplo tres lapiceros, dos cubos de caras de un solo color, cinco cubos Duplo. El objetivo de la actividad consiste en elegir al tacto un objeto de la caja de las sorpresas, decir lo que es antes de sacarlo y luego comprobarlo y sacar de la caja todos los ejemplares de este objeto.

Después se puede proponer el juego contrario: decir el objeto que se va a coger y sacar todos los ejemplares de ese objeto.

Cambiar los objetos por lo menos una vez al mes: al principio elegir objetos muy claramente diferenciados, luego ir reduciendo las diferencias a medida que los alumnos y las alumnas van progresando.

53. A partir de Shu-Chen Jenny Yen's On-Line Montessori Albums, *Sensorial motor album*, 23. The mystery bag, *www.uxl.eiu.edu/~cfsy/mts/sensor*

Para niños o niñas muy tímidos, que no se atreven a decir una palabra, prever un ejemplar complementario de cada objeto escondido en la caja táctil. Este ejemplar sirve de testigo; el niño señala, entre los objetos que están a la vista, el que piensa que es el mismo que ha elegido de la caja táctil; saca entonces el objeto oculto, comprueba que en efecto son dos ejemplares idénticos y continúa con la selección. A la inversa, puede ser el docente, u otro niño o niña quienes señalan uno de los objetos testigo y deciden así los objetos que hay que seleccionar mediante el tacto.

Esta actividad, que pone en juego dos canales de percepción diferentes (tacto y lenguaje, o tacto y vista) sólo puede llevarse a buen término si hay representación mental de los objetos.

Actividades funcionales o de vida cotidiana



ACTIVIDAD 26. VOLVER A PONER TODO EN ORDEN EN LA CLASE: CLASIFICACIÓN FUNCIONAL

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar el sentido del cuidado y del orden.
- Desarrollar la autonomía.
- Seleccionar o clasificar objetos según criterios apropiados.

Desarrollo

Ordenar los rincones de juego y otros lugares del aula es un momento óptimo para realizar actividades de selección (si hay una cubeta para «cosas varias»), y clasificación (si cada tipo de objeto dispone de un recipiente específico): en el rincón de construcciones, repartir en las cubetas los cubos Duplo en una, los Clipo en otra, los cubos de madera tradicionales en una tercera...; en el rincón cocina, colocar los cubiertos según el tipo en botes o en un cubertero; en el rincón pintura, poner juntos los pinceles por tipos (finos, gruesos, brochas pequeñas, brochas más anchas).



ACTIVIDAD 27. COLOCAR EN SU SITIO LOS OBJETOS QUE SE HAN UTILIZADO

Objetivos pedagógicos

- Crear el respeto por la conservación del material colectivo y la armonía de la clase (actividad funcional).
- Desarrollar la autonomía.
- Asociar o seleccionar elementos que tengan la misma forma.

Desarrollo

En muchas clases, todos los recursos de manipulación tienen una etiqueta con un pictograma. También lo tienen los estantes de los muebles de ordenación. Estos pictogramas pueden ser específicos para cada material pedagógico o para cada juego y para el lugar correspondiente donde hay que colocarlos, o pueden ser comunes a algunas categorías (un pictograma para los puzles, otro para los encajables, otro más para el material de selección...). La asociación o la clasificación de los soportes según los pictogramas facilita el trabajo de ordenación al final de una actividad; dejar ordenado el lugar de trabajo es el momento adecuado para realizar múltiples aprendizajes, lingüísticos u otros (Ministerio de Juventud, 2003, p. 36).



ACTIVIDAD 28. SITUACIONES FUNCIONALES DE SELECCIÓN

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar el sentido de la organización del trabajo.
- Animar a preparar el trabajo previendo las necesidades de herramientas y recursos.
- Seleccionar en función de un criterio expresado verbalmente, o de un modelo.

Desarrollo

Si tenemos la intención de hacer un collar de cuentas, o una construcción con cubos Duplo, antes de comenzar un juego (juego de las serpientes, juego de los árboles, Quips...) o antes de algunas actividades de otro tipo, necesitamos disponer fácilmente de algunos objetos entre otros que no tengan las mismas características (formas, colores): nos vemos así obligados a realizar una selección o una clasificación de los recursos.

Nota: la actividad de selección o de clasificación tiene sentido aquí porque se van a utilizar los elementos seleccionados con vistas a una construcción determinada. Sucede con frecuencia que los niños dejan en el montón de «varios» algunos objetos que deberían haber quitado: no han conseguido completar la selección. Esto no se debe, en general, ni a la falta de comprensión de lo que es una selección, ni a la falta de capacidad para realizar una selección exhaustiva, sino al sano principio de economía: «ya tenía bastantes para lo que tenía que hacer».

Material



ACTIVIDAD 29. TORNILLOS Y TUERCAS

Objetivos pedagógicos

- Flexibilizar la muñeca.
- Desarrollar los músculos de la mano y fortalecer los dedos que hacen pinza.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Calcular diámetros.
- Perfeccionar el movimiento haciendo que coincidan la rosca de un tornillo y la de la tuerca correspondiente.
- Coordinar varios movimientos (coger, empujar, dar vueltas) para atornillar.
- Distinguir varios criterios (color, tamaño, forma).
- Reconocer varios valores de un criterio dado.
- Seleccionar o clasificar según un criterio dado.

Desarrollo

Los elementos utilizados son un material pedagógico de gran tamaño, formado por tornillos y tuercas complementarios, de distintos diámetros, en plástico de varios colores, y en varios ejemplares idénticos. A veces, las cabezas de los tornillos y las tuercas pueden tener distintas formas. Con este material se pueden realizar selecciones (contar con varios de reserva antes de atornillar) y seriaciones (distribuir el material por categorías entre los niños antes de que empiecen a atornillar las piezas).

Cuando se trata de una selección, comprobar, si no se ha realizado de manera exhaustiva, si el niño o la niña no la ha completado porque pensaba que tenía ya bastantes piezas (se da

cuenta de que quedaban aún elementos por seleccionar y por lo tanto tiene probablemente una comprensión correcta de la selección), o si no es consciente de que no ha terminado completamente la actividad.



Actividad 30. Árbol con cuentas

Objetivos pedagógicos

- Flexibilizar la muñeca.
- Fortalecer los dedos que hacen pinza.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Estimular la elección de la lateralidad.
- Perfeccionar el movimiento de ensartar.
- Adaptar sus propios movimientos en función de los problemas de orientación.
- Seleccionar según un criterio dado con un ejemplo.

Desarrollo

El material está formado por un tronco cilíndrico, fijado en una base para darle estabilidad al conjunto, y del que salen varias varillas cilíndricas (que en algunas versiones pueden tener diámetros distintos). Existe una gran cantidad de cuentas de gran tamaño y con formas y colores variados, apropiadas para ensartar en esas varillas. La principal dificultad consiste en adaptar el movimiento a la dirección de la varilla, y a veces, el diámetro interior de la cuenta al diámetro exterior de la varilla. Si el docente ensarta una cuenta de un tipo distinto en cada una de las varillas, está iniciando con ello una selección (que no puede acabar si el número de cuentas es demasiado grande para la longitud de las ramas).



Actividad 31. Materiales didácticos de selección y clasificación

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar distintos sentidos y perfeccionarlos.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones sensoriales.
- Diferenciar varios criterios: formas, colores, tamaño.

- Reconocer varios valores de un criterio determinado.
- Seleccionar o clasificar a partir de un criterio dado.

Desarrollo

El material de selección y/o de clasificación puede estar formado por objetos de uso habitual o didáctico (animales[54] para seleccionar, eslabones gigantes, maxicuentas...) y por dibujos o por fichas. Los criterios habituales son esencialmente las formas y los colores, pero se pueden tener en cuenta otras muchas propiedades.

Una cubeta de selección, o un dispositivo formado por tres recipientes, facilita la organización de la selección. Al empezar la actividad, los objetos que hay que seleccionar están en desorden en el recipiente más grande, o en el hueco más grande de la cubeta de selección. A partir de un ejemplo o dándoles una instrucción, el maestro o la maestra les muestra los elementos que quiere seleccionar, y los pone en otro recipiente o en un hueco cualquiera de la cubeta; los demás objetos se colocan, bien en el último recipiente, bien en otro hueco de la cubeta.

En el caso de una clasificación, al empezar la actividad se tiene que estar seguro de que los niños y niñas de 2-3 años tienen a su disposición un elemento-modelo de cada tipo.

La cubeta de selección pone de manifiesto el final de la actividad: cuando analizamos lo que había que hacer con cada elemento del conjunto inicial, teniendo en cuenta la selección o la clasificación que pretendíamos hacer, vemos que se han seleccionado todos los elementos; como todos los elementos han cambiado de lugar y se han colocado en un lugar concreto, no queda ninguno en el recipiente o en el hueco que lo contenía inicialmente.

Juego



ACTIVIDAD 32. FLORES DE PÉTALOS MULTICOLORES

Objetivos pedagógicos

- Reconocer varios valores de un criterio dado.
- Realizar una clasificación por el color.
- Respetar las reglas del juego.

54. Verificar que son del tamaño suficiente para que los niños y niñas menores de tres años puedan utilizarlos.

Desarrollo

El material del juego está compuesto por fichas de seis colores diferentes, un dado con las caras de los mismos seis colores (o un disco con sectores coloreados que tiene una aguja que da vueltas, lo que hace posible que se pueda modificar el número de colores) y un tablero de juego para cada jugador. Cada alumno dispone de un tablero de juego en el que hay una flor estilizada cuyos pétalos tienen cada uno un color (los colores se eligen de acuerdo con los colores del dado que se tenga; se puede reservar el amarillo para la corola de la flor). En las diferentes zonas de colores se trazan círculos del tamaño de las fichas, en número variable dependiendo de las zonas, siendo el número total igual en todos los tableros de juego. Antes de iniciar el juego, se clasifican las fichas por colores. Cada jugador, cuando le toca, tira el dado (o hace girar la aguja), coge una ficha del color indicado y la coloca en la zona que tiene el mismo color. Si no hay ningún sitio del color buscado, se queda ese turno sin jugar.

Expresión escrita

Vista la escasa familiaridad de los niños de 2-3 años con la escritura, si bien las actividades de selección y clasificación pueden empezarse bastante a principios del curso, pocas expresiones escritas de tipo funcional (carteles, fichas documentales) son apropiadas en lo que se refiere a selección y clasificación, tanto más cuanto que apenas disponemos de juegos para los que podría ser necesario conservar reglas del juego o una relación de los juegos que estamos realizando.

Del mismo modo, las actividades individuales con fichas para descubrir el intruso, que hay que excluir, son mucho menos interesantes que un verdadero «juego del intruso».

Por el contrario, hacer un cartel produce un escrito funcional que tiene sentido para los niños.

Otros carteles en los que se agrupan según un tema dado todas las representaciones que hemos encontrado aquí y allá en los catálogos que hemos hojeado es una forma de guardar una relación de las actividades de selección (carteles de frutas, de verduras, de flores...).

Evaluación

Referencial de competencias

- Reconocer una o varias propiedad(es) comun(es) a varios objetos.
- Distinguir, dentro de un conjunto, varios objetos que tengan una o varias propiedades dadas.
- Distinguir, dentro de un conjunto, varios objetos que tengan una o varias propiedades comunes con un objeto de referencia.
- Seleccionar, dentro de un conjunto dado, los objetos que tengan la misma propiedad que un objeto dado, por selección o por eliminación.
- Seleccionar, dentro de un conjunto dado, los objetos según un criterio comunicado verbalmente, por selección o por eliminación.
- Seleccionar, dentro de un conjunto dado, los objetos según un criterio elegido libremente, por selección o por eliminación.
- Acabar de clasificar los objetos de un conjunto dado, determinando las categorías según un objeto que sirve de modelo.
- Clasificar, dentro de un conjunto dado, unos objetos según un criterio comunicado verbalmente.
- Clasificar, dentro de un conjunto dado, unos objetos según un criterio elegido libremente.

Modalidades de evaluación

No es imprescindible ninguna evaluación formal. La observación durante las actividades (funcionales o didácticas) de selección y de clasificación, asignando si es necesario a cada niño una u otra tarea, nos permite asegurarnos de las competencias que han adquirido.

3
El orden

Puntos de referencia matemáticos

Los términos «ordenar», «seriar» y «poner en orden» tienen, desde el punto de vista de las matemáticas, el mismo significado: remiten a la aplicación de una relación de orden (organizar los objetos del más... al menos...).

Dado un conjunto, una relación de este conjunto (es decir, una regla de asociación entre sus elementos) es una relación de orden si es:

- *Reflexiva*: cada elemento está asociado consigo mismo.
- *Antisimétrica*: si dos elementos están asociados uno a otro (en ambos sentidos), estos dos elementos son idénticos.
- *Transitiva*: si de tres elementos arbitrarios se sabe que uno de ellos está asociado con uno de los tres, y que este otro está asociado con el tercero, entonces el primero está asociado con el tercero.

Utilizamos habitualmente varias relaciones llamadas «de orden»:

- El orden alfabético (o más exactamente, lexicográfico).
- El orden numérico.

Si tomamos estas dos relaciones en el sentido usual, no son exactamente relaciones de orden en el sentido matemático del término; de una relación de orden tienen únicamente la transitividad: si una palabra (por ejemplo «helecho») precede a otra palabra en el diccionario (por ejemplo «hélice») y ésta precede a una

tercera (por ejemplo «helicóptero»), estamos seguros de que la primera precede a la tercera, y eso es cierto sean cuales sean las tres palabras. Esta propiedad es igualmente cierta para el orden numérico.

La relación de orden, en el sentido matemático, es además reflexiva y antisimétrica. Vamos a ilustrarlo tomando como ejemplo la relación «ser múltiplo de»:

- Es transitiva: un entero múltiplo de otro, que es asimismo múltiplo de un tercero, es efectivamente múltiplo de este tercero.
- Es reflexiva: todo entero es múltiplo de sí mismo.
- Es antisimétrica: si dos enteros son múltiplos el uno del otro, son iguales.

La relación de orden numérico utilizada en matemáticas (a partir de las clases de 6.º de primaria) es la representada por el signo ≤ y es en efecto reflexiva, antisimétrica y transitiva.

A toda relación de orden va asociada una segunda relación de orden, recíproca. En la relación «ser múltiplo de», la relación de orden recíproca es «ser divisor de»; en la relación ≤, la relación recíproca está transcrita como ≥.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Seriación y ordenación

Los psicólogos distinguen «seriar / seriación» (para un número reducido de objetos, cuando no se usa realmente la transitividad porque basta con comparar un objeto con el que está al lado) y «ordenar /ordenación» cuando el número de objetos impone recurrir a la transitividad.

No hay realmente seriación ni ordenación si el conjunto propuesto sólo comporta tres elementos (pequeño/mediano/grande): en efecto, los tres objetos pueden caracterizarse como «el (más) pequeño», «el (más) grande», «el que no es ni pequeño ni grande». Para ordenar un conjunto tal no hay ninguna necesidad de recurrir a la transitividad, ni a comparaciones de dos en dos de los elementos del conjunto. La actitud mental es totalmente diferente de la que se pone en funcionamiento en una actividad de ordenación referida a un número mayor de elementos.

Transitividad del orden

Igual que la relación de equivalencia, la relación de orden es transitiva: si un elemento A precede a un elemento B en una relación de orden, y el elemento B precede a un elemento C en esa misma relación de orden, podemos afirmar sin necesidad de verificación que A precede a C. Formulado así, parece una evidencia. Si por el contrario, os dicen que el pelo de Cécile es más corto que el de Nadia, pero más largo que el de Sophie, ¿cuál de las dos tiene el pelo más largo? Se necesita un minuto de reflexión, quizás más. Como en el caso de la equivalencia, la transitividad de la relación de orden no es un conocimiento innato, sino que se construye progresivamente gracias a la madurez y al ejercicio, y gracias a la resolución de problemas que el niño o la niña se plantea personalmente, mucho más que a la resolución de problemas planteados por el adulto o que a la observación de su resolución por otras personas.

Aspectos relativos al lenguaje

Como hemos indicado en el capítulo anterior, el lenguaje corriente y el lenguaje matemático utilizan de manera antinómica los términos «ordenar»y «clasificar». Así «ordenar» los cubiertos, es poner en el mismo compartimento del cubertero los tenedores (aunque sean distintos), en otro los cuchillos, más allá las cucharas soperas y por fin las cucharillas; ordenarlos del más corto al más largo o del más ligero al más pesado parece ridículo: se trata pues de una clasificación (o de una selección si algunos cubiertos no disponen de un compartimento específico, por ejemplo si los cubiertos de cocina están en el mismo que el sacacorchos, el abrelatas, etc.). El vocabulario de uso corriente utiliza «clasificación» cuando se está haciendo una jerarquización: así por ejemplo, en una competición, se «clasifica primero» el participante al que consideran el mejor, en segundo lugar, el mejor de los que quedan, y así el resto. Claro que a veces se dan casos de empate/igualdad, pero es una situación que el reglamento intenta generalmente evitar.

Las actividades relativas a la ordenación y al orden completan las adquisiciones lingüísticas relacionadas con el vocabulario sensorial. Se trabajan los contrarios poniendo de relieve dos órdenes recíprocos: la lámina A produce un sonido más grave que la lámina E, o dicho de otro modo, la lámina E produce un sonido más

agudo que la lámina A; hemos ordenado las láminas del sonido más grave al sonido más agudo; así mismo, decimos que ordenamos «del más pesado al más ligero», «del más pequeño al más grande», «del más largo al más corto», mejor que «del más pesado al menos pesado»... En el contexto de la relación de orden, los términos «más» y «menos» no tienen nada que ver con los signos de operación + y -; en consecuencia, la utilización de estos grafismos como signos de estenografía debe evitarse con esmero.

Dado un elemento arbitrario de un conjunto ordenado, se pueden plantear dos cuestiones diferentes:

- Encontrar un elemento de este conjunto más «pequeño»[55] que el elemento de referencia. En la mayoría de los casos, varios elementos tienen la propiedad de ser más pequeños que el que hemos tomado como referencia, y uno cualquiera de ellos constituye, por tanto, una respuesta correcta.
- Determinar el más pequeño de los elementos de este conjunto: salvo en casos excepcionales en que el conjunto comportaría dos o tres ejemplares de este elemento más pequeño, un único elemento del conjunto responde a esta característica.

El lenguaje presenta aquí dos dificultades que un niño no ha superado aún en la educación infantil:

- La distinción entre artículo indeterminado (*un*) y determinado (*el*) por una parte, y adjetivo numeral (*un*) por la otra: la lengua francesa utiliza el artículo «el» cuando hay sólo un elemento aceptable, y «un» para indicar uno cualquiera entre varios posibles[56].
- La distinción entre el comparativo (*más... que*) y el superlativo (*el más... de*)[57].

Hace muchos años que sabemos que los niños y las niñas experimentan muchas dificultades para utilizar correctamente el artículo determinado y el indeterminado, uso ligado al paso del reconocimiento de las propiedades es-

55. *Petit* en sentido genérico: según los casos, puede ser «claro», «ligero», «agudo», «corto»...
56. Mientras que el inglés recurre a tres determinantes muy diferenciados, respectivamente *the, a/an, one*.
57. Aquí también el inglés distingue las dos formas *smaller than* («más pequeño que»), *the smallest* («el más pequeño»).

táticas al reconocimiento de las propiedades relacionales, de la experiencia simple a la experiencia lógica. Por lo tanto, es conveniente en educación infantil y durante varios años si es necesario, recurrir a la expresión redundante «el más... de todos» para llamar la atención sobre la diferencia entre las dos expresiones.

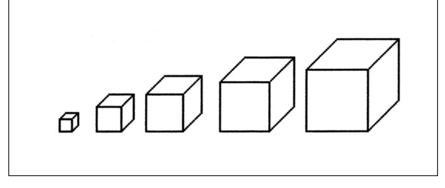
Para terminar, pequeño y grande no son propiedades intrínsecas de los objetos, contrariamente al color y a la forma: no se es «pequeño» o «grande» si se está solo, se es únicamente por comparación con otra cosa. Además se puede, ya hemos hablado de ello, ser a la vez más pequeño que otro objeto y más grande que un tercero.

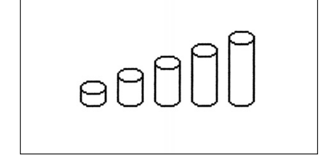
Variables didácticas

- La dificultad de la tarea va unida a la vez al número de objetos que hay que seriar y a la percepción más o menos fácil de la distinción entre dos elementos consecutivos de la serie: así, la seriación de las longitudes se asimila hacia los tres-cuatro años con las «barras rojas» de Montessori, mientras que no se asimila hasta los cuatro-cinco años con las regletas de Cuisenaire; en el primer caso, dos elementos consecutivos se diferencian por una longitud de 10 centímetros, mientras que en el segundo caso sólo lo hacen por un centímetro. El dominio de la relación de orden se consigue muy poco a poco, no está asimilada a los 5 años (Piaget sitúa la adquisición del orden para las longitudes hacia los siete-ocho años; para verificar esta competencia, utiliza un material formado por palitos, entre los que dos sucesivos difieren únicamente en algunos milímetros). Un adulto puede darse cuenta de la dificultad de la tarea de seriación para un niño pequeño cuando se enfrenta a un trabajo de organización de forma táctil –con los ojos vendados– de elementos de tamaño diferente pero bastante iguales (por ejemplo láminas de metalófono): ante una situación de este tipo, sin tener ninguna indicación concreta sobre lo que tiene que hacer (la instrucción dada es «ordenar esos objetos de la mejor manera posible», generalmente intenta primero organizar un número reducido de objetos (tres o cuatro), sin lograr organizar inmediatamente entre ellos los diferentes subconjuntos (se consigue con series pequeñas, según lo observado por Piaget), después desarro-

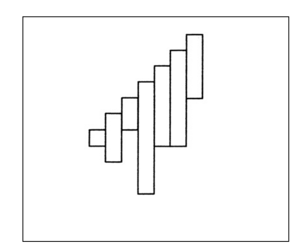
lla una estrategia que le permite organizar en una sola serie todas las barras (una decena) que le han dado. Esta fase se observa también en el niño o niña, que se muestra al principio incapaz de introducir barras complementarias en su lugar exacto dentro de una serie parcial. Sólo hacia los siete-ocho años se tiene la capacidad de organizar todas las barras que se han dado inicialmente, y también la de intercalar un número significativo de barras complementarias, mediante un tanteo dirigido que se corresponde con una comparación de dos en dos de las barras, y que se basa en la transitividad.

- Ordenar un número impar de objetos es generalmente más fácil que un número par. Efectivamente, una estrategia que da buenos resultados consiste en pensar en primer lugar en los dos elementos extremos, que aislamos a cada lado del espacio en el que vamos a construir la serie, luego en los elementos extremos del conjunto restante, y así seguidamente. Si disponemos de un número impar de objetos, en la última fase nos queda un único objeto que colocar, mientras que si el conjunto dado está formado por un número par de objetos, la última etapa comporta dos objetos muy similares desde el punto de vista del criterio de seriación, con el peligro de que se inviertan.
- La forma de los objetos que hay que ordenar constituye igualmente una variable didáctica. En educación infantil, los alumnos y alumnas se ven confrontados a la clasificación de objetos de tamaños y formas diversas. Sin embargo, los conjuntos tienen que seleccionarse de tal manera que, si tomamos dos elementos cualesquiera de la serie, podemos decir sin problemas cuál de los dos es más «pequeño». Es lo que sucede con dos objetos «semejantes» (en el sentido geométrico), es decir, en los que las distintas dimensiones varían de manera proporcional, o con objetos en los que una sola dimensión varía (véase a la derecha la altura, el diámetro permanece constante).

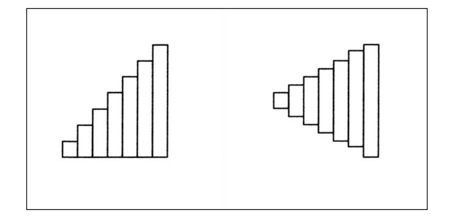




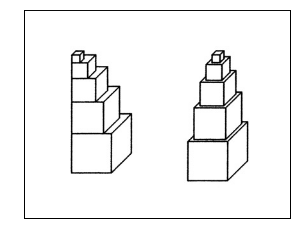
En las demás situaciones, es imprescindible estar seguros de que la característica enunciada anteriormente se verifica.



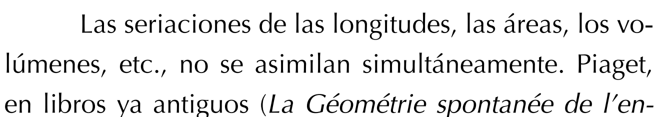
El modo de organización de la serie interviene igualmente en la complejidad de la actividad y en las estrategias que se pueden utilizar. Tener que organizar un conjunto creciente / decreciente para colocar sus elementos en los huecos de una base es más fácil que trabajar sin encajes de soporte. Si no se dispone de ese soporte, la disposición de las piezas influye notablemente en su consecución. Por ejemplo, con las seriaciones de longitud no basta con pensar en construir una escalera con uno de los dos extremos de las varillas (véase Piaget).



Hay que controlar simultáneamente las posiciones respectivas de los dos extremos de cada varilla, ya sea utilizando su colocación sobre una «base común», ya sea formando dos «escaleras» opuestas, es decir, buscando un eje común.



Estas estrategias las volvemos a ver con las torres de cubos: espontáneamente, los niños y las niñas que lo consiguen escogen o bien una arista común o bien un eje común. (Véase al lado)



Las seriaciones de las longitudes, las áreas, los volúmenes, etc., no se asimilan simultáneamente. Piaget, en libros ya antiguos (*La Géométrie spontanée de l'enfant*, 1948), situaba la adquisición de la seriación de las longitudes hacia los seis-ocho años, la de las superficies hacia los siete-ocho años y la de los volúmenes hacia los diez-doce años, es decir, mucho más tarde. Por el contrario, encajar vasitos nos remite a la fase sensomotriz, y se asimila mucho más precozmente.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



ACTIVIDAD 33. ESCALERAS GRANDES

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido estereognósico, perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones esterognósicas.
- Calcular alturas.
- Ordenar en orden creciente o decreciente de altura.
- Cooperar para realizar un trabajo.
- Utilizar en situación: «grueso», «delgado», «alto», «paralelepípedo», «demasiado alto», «no lo bastante alto», «más alto que», «menos alto que».

Desarrollo

Dar a los niños y las niñas un número bastante grande (al menos cinco) de bloques de gran tamaño, por ejemplo: los grandes módulos de motricidad o cajas de embalar electrodomésticos (frigoríficos, lavadoras, lavavajillas…). Proponerles que hagan una escalera con ellos.



ACTIVIDAD 34. MÁS PEQUEÑO, MÁS GRANDE

Objetivos pedagógicos

- Comparar visualmente tamaños.
- Hacer que tomen conciencia de los tamaños.
- Utilizar como vocabulario pasivo las expresiones «más grande», «más pequeño».

Desarrollo

Colocamos un objeto de referencia (pelota pequeña) sobre un soporte. Los niños y las niñas están dispersos por el aula, de pie. A una señal, el maestro o maestra cambia el objeto por otro

más pequeño (bola) o más grande (balón). Según el tamaño del nuevo objeto, los niños tienen que hacerse más pequeños (por ejemplo agachándose) o más grandes (poniéndose sobre las puntas de los pies y levantando el brazo muy arriba). El docente vuelve a poner en su sitio el objeto de referencia.

A continuación, cada niño o niña cambia la pelota de referencia por el objeto de su elección y los demás niños y niñas de la clase se hacen más pequeños o más grandes. Se puede sustituir la instrucción visual por una instrucción verbal: «más grande» o «más pequeño». Si dos instrucciones «más grande» van seguidas, muchas veces es difícil hacerse todavía más grande.

Actividad ritual



Actividad 35. Sacar el palito más corto

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido estereognósico y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones esterognósicas.
- Experimentar la necesidad de un reconocimiento simultáneo de las posiciones respectivas de los dos extremos de cada uno de los objetos para realizar una ordenación de las longitudes.
- Calcular longitudes.
- Ordenar en orden creciente o decreciente de longitud.
- Aceptar la designación por sorteo.

Desarrollo

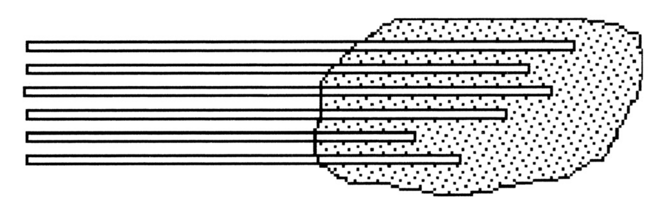
Para elegir quién va a realizar una u otra actividad ritual, es conveniente disponer de distintos métodos de elección imparciales. Cuando la selección tiene que realizarse entre más de dos niños o niñas, se puede proponer jugar a «sacar el palito más corto».

Este juego se lleva a cabo con varios palitos de distintas longitudes: el docente los sujeta en haz en la mano, con cuidado de que los niveles visibles de longitud no se correspondan con la longitud real de los palitos. Cada niño candidato a una actividad determinada viene a sacar un palito; se comparan después las longitudes del palito de cada uno y le toca en suerte realizar la actividad al que ha sacado el palito más corto.

Observaciones:

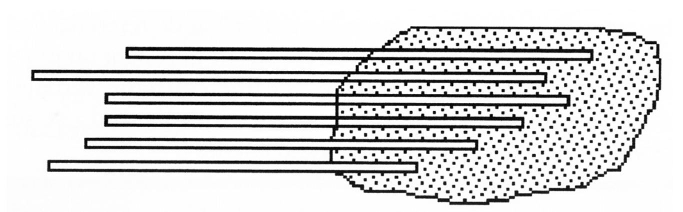
- En la clase de 2-3 años, limitar el número de palitos (del orden de cinco o seis como máximo), por ejemplo rechazando a algunos candidatos que han realizado la actividad hace poco.
- Elegir longitudes lo bastante distintas, más o menos un centímetro entre dos elementos consecutivos de la serie.
- Se pueden presentar los palitos todos al mismo nivel:

Zona oculta por la mano del docente



o en un orden que parece distinto del orden real:

Zona oculta en la mano del docente



La canción *Il était un petit navire* (con la estrofa: «On tira à la courte paille pour savoir qui serait mangé» ['Jugaron a sacar el palito más corto para saber a quién se iban a comer'] nos permite mostrar que esa forma de echar a suertes se utiliza desde hace mucho tiempo, aunque en general en circunstancias menos dramáticas...[58]

58. Es una canción tradicional francesa que en castellano se conoce como *Había una vez un barquito chiquitito*. En la versión francesa, el texto es más largo, y cuenta que el barquito emprendió un largo viaje y que, al cabo de cinco o seis semanas, los víveres empezaron a escasear. A continuación, hay dos estrofas que dicen: «Jugaron a sacar el palito más corto para saber a quién se iban a comer / La suerte cayó en el más joven, aunque no era demasiado gordo». A estas dos estrofas se refiere el autor del presente libro cuando sugiere acompañar el juego con esta canción. Este mismo juego se conoce y practica en España, pero no lleva ningún texto o canción asociada.

Actividad de grupo



Actividad 36. Más pequeño o más grande

Objetivos pedagógicos

- Fomentar el interés por trabajar en grupo.
- Ejercitar el sentido estereognósico y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones estereognósicas.
- Calcular tamaños.
- Comparar tamaños.
- Utilizar en contexto las expresiones «más pequeño que», «más grande que».

Desarrollo

Esta actividad tiene interés siempre que el grupo de niños y niñas no sobrepase la media docena. Necesitamos disponer de un conjunto de unos diez objetos de la misma forma y de varios tamaños, o de pares de objetos de la misma forma pero de tamaño diferente.

El maestro o la maestra enseña uno de esos objetos, que puede quedar visible durante toda la actividad y luego les pasa otro objeto de la misma forma pero que no tiene el mismo tamaño. Cuando el segundo objeto ha pasado por las manos de todos los niños que están ya en el rincón de trabajo en grupo, el docente les pregunta: «El objeto que tengo en la mano (el primero) ¿es más pequeño o más grande que el que os habéis ido pasando?». Si se dan varias respuestas contradictorias, procedemos a verificarlo, superponiendo o yuxtaponiendo los objetos y, a continuación, volvemos a empezar la actividad con dos nuevos objetos.

Nota: en una primera etapa, que puede durar bastante tiempo, parece que los niños perciben como un juego de azar esta situación de apuesta. Esta actitud va cambiando poco a poco.

Actividad funcional o de vida cotidiana



ACTIVIDAD 37. ORDENAR EL CONJUNTO DE CACEROLAS EN EL RINCÓN COCINA

Objetivos pedagógicos

- Fomentar el respeto del acondicionamiento de la clase.
- Ejercitar el sentido estereognósico y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones visuales estereognósicas y táctiles.
- Flexibilizar la muñeca.
- Hacer estimaciones sobre longitudes (diámetro, altura, longitud del mango).
- Colocar por orden creciente o decreciente de tamaño.
- Utilizar en contexto los términos «pequeño», «grande», «más pequeño/grande que», «el más... de todos».

Desarrollo

El rincón cocina está equipado con una serie de cacerolas para muñecos o para adultos. Hay que prever un lugar para tenerlas, ya sea encajadas unas dentro de otras y colocadas en un estante, ya sea colgadas en una hilera de ganchos. Cuando los niños llegan al rincón cocina, las cacerolas están en su sitio colocadas por tamaños. Cuando se van del rincón cocina, hay que poner todo en su sitio para que los siguientes lo encuentren igual de acogedor; por lo tanto, es normal que se entrenen en colocar el conjunto de cacerolas.

Nota: la seriación por encaje de piezas, autocorrectiva, es más fácil que la seriación por yuxtaposición.

Material



ACTIVIDAD 38. CONOS DE ANILLAS Y VARILLAS*

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar los sentidos estereognósico y táctil y perfeccionarlos.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones visuales estereognósicas y táctiles.

- Flexibilizar la muñeca.
- Desarrollar la mano y fortalecer los dedos que hacen pinza.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano
- Hacer estimaciones sobre diámetros.
- Perfeccionar el movimiento de ensartar.
- Ordenar por orden creciente o decreciente de diámetro.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «pequeño», «grande», «más pequeño/grande que», «el más... de todos».

Desarrollo

Este material es un clásico de los primeros juguetes, se les presenta mucho antes de las clases de 2-3 años. Consta de una base circular con una varilla por la que se tiene que pasar una serie de anillas de distintos diámetros, inferiores al de la base.

Al principio, el objetivo es esencialmente el desarrollo de las competencias motrices (introducir las anillas en la varilla), sin preocuparse del diámetro de las anillas. Al cabo de cierto tiempo, como el objetivo motriz no basta para mantener la atención de los niños, se trabaja la seriación: apilar las anillas por diámetros decrecientes les produce una impresión de «buena organización»; esta manera de hacer se refuerza si el material se presenta «en forma de cono» en el estante en el que tiene que colocarse una vez utilizado. Su utilización en un entorno en el que otros materiales y otras actividades tratan el concepto de seriación facilita la organización en red de los conocimientos dispersos que el niño adquiere utilizando cada uno de ellos, y contribuye a la conceptualización y a la abstracción progresivas del orden.

* Fuente: Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, actividad 41, p. 88.



ACTIVIDAD 39. OBJETOS ENCAJABLES* (VASOS, FLORES, TONELES, HUEVOS, CUBOS)

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido estereognósico y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones estereognósicas.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Hacer estimaciones sobre diámetros, alturas y volúmenes.
- Ordenar por orden creciente-decreciente de diámetros.

- Utilizar en situación el vocabulario: «pequeño», «grande», «ancho», «estrecho», «más... que», «el más... de todos».

Desarrollo

Igual que los conos de anillas y varillas, muchas veces este material forma parte del entorno de los niños de 2-3 años. Consta de varios objetos de la misma forma pero de distinto tamaño, ideados para poder encajarse unos dentro de otros.

- *Etapa 1* (autocorrectiva): colocar los vasos unos dentro de otros. La serie sólo puede ordenarse por completo si cada elemento está correctamente colocado; si no queda ningún elemento suelto, seguro que es correcto.
- *Etapa 2*: apilar los vasos del más ancho al más estrecho de manera que formen una torre. Esta actividad es aún bastante autocorrectiva: un vaso demasiado pequeño no se mantiene en general en equilibrio estable, uno más grande que el anterior lo recubre. Al principio, los niños construyen la torre sacando uno después de otro los vasos que han ordenado antes encajándolos. Más tarde (muchas veces con bastante rapidez, ya que una torre pocas veces conserva su altura sin caerse: ¡es tan tentador hacerla caer...!), construyen la torre con vasos desperdigados por todas partes.
- *Etapa 3*: ordenar los vasos construyendo una escalera. La autocorrección ya sólo es el resultado de una percepción visual, que es mucho menos eficaz. Se pueden observar los mismos dos tiempos que en la organización en forma de torre. Encontramos esta seriación en escalera sobre todo con cubos encajables.

Observación: es conveniente darles objetos no antropomorfos y, si es posible, todos del mismo color. En efecto, con una serie de muñecas encajables, los niños y las niñas desarrollan una estrategia de organización que tiene como referente la estructura familiar, y caracterizan a cada una de las muñecas por detalles mínimos que les permiten diferenciarlas. Del mismo modo, los colores pueden constituir puntos de referencia que permitan que les salga bien sin una comprensión real de la actividad de ordenación. No desarrollan así las competencias que tienen que movilizar para ordenar un conjunto, incluso si el resultado puede confundirnos. No adquieren pues una estrategia transferible a otras situaciones de seriación.

* Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, actividad 40, p. 87.



ACTIVIDAD 40. CONJUNTOS DE CILINDROS ENCAJABLES*

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar los sentidos estereognósico y táctil, y perfeccionarlos.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones esterognósica y táctil.
- Hacer estimaciones sobre longitudes (diámetro, altura) y volúmenes.
- Asociar las percepciones estereognósica y táctil para realizar la asociación forma llena / forma vacía.
- Diferenciar diámetro y altura de un cilindro y ver que son independientes.
- Ordenar un conjunto por orden creciente o decreciente de longitud(es).
- Utilizar en contexto el vocabulario: «pequeño», «grande», «plano», «grueso», «alto», «delgado», «ancho», «cilindro», «más... que», «el más... de todos».

Desarrollo

El material para encajar «Estudio el grosor» y «Estudio la altura», comercializado por Wesco, es muy apropiado.

El primero consta de una base con diez agujeros cuyos diámetros varían de medio centímetro en medio centímetro, de 6,5 centímetros a dos centímetros, y de diez cilindros de diámetros equivalentes. Se trata de volver a colocar los cilindros en los agujeros después de haberlos sacado y mezclado. Este material es autocorrectivo: si se introduce un cilindro en un agujero que no es el adecuado, constatamos que no se ajusta, que hace juego; además, no se puede colocar otro cilindro.

Observaciones: los diez cilindros son de colores; pueden utilizarse mediante selección o mediante clasificación por colores. El nombre del juego no es posiblemente el más apropiado: como todos los cilindros tienen la misma altura, se habla de cilindros estrechos o anchos, y no de gruesos.

«Estudio las alturas» consta también de una base de grosor creciente que comporta diez agujeros de diámetro constante y de diez cilindros del mismo diámetro y de altura variable. Se trata de volver a introducir los cilindros, previamente sacados y mezclados, en los agujeros correspondientes, de manera que su extremo libre esté siempre situado a la misma altura. Contrariamente al anterior, este material no es verdaderamente autocorrectivo: la regularidad se percibe con la vista; además, la alternancia de los colores puede también intervenir para descubrir un error.

* Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, actividad 39, pp. 85-86.



ACTIVIDAD 41. SERIE DE CUBOS*

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido estereognósico y eventualmente el sentido táctil y perfeccionarlos.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones estereognósicas.
- Desarrollar la motricidad fina y la precisión del movimiento (para la ordenación en forma de torre).
- Hacer estimaciones sobre longitudes, de forma visual o táctil.
- Distinguir las propiedades forma y tamaño.
- Formar un primer bagaje de conocimientos relativos al cubo.
- Organizar un conjunto en orden creciente o decreciente de tamaños.
- Conocer el sistema métrico.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «pequeño», «grande», «cubo», «más pequeño / grande que», «el más... de todos».

Desarrollo

La serie completa de cubos consta de diez elementos cuyas aristas varían, centímetro a centímetro, de uno a diez.

Podemos darles a los niños primero una serie de tres cubos (de 3, 6 y 9 centímetros de arista), luego de cinco cubos (de 2, 4, 6, 8 y 10 centímetros de arista), antes de llegar a la serie completa; a veces esta progresión no es necesaria.

Se trata de ordenar los cubos del más grande al más pequeño. La ordenación puede hacerse apilándolos formando una torre, o yuxtaponiéndolos, formando una escalera.

A algunos niños les resulta más fácil construir la escalera antes que la torre.

Para realizar esta actividad, si se utiliza la serie completa de diez cubos, sería mejor que los niños estuvieran sentados en el suelo, encima de una alfombra o de un hule, ya que se construye una torre de 55 centímetros de altura.

* Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1984, actividad 42-43, pp. 88-90.



ACTIVIDAD 42. LAS BARRAS DE MONTESSORI*

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido estereognósico y eventualmente el sentido kinestésico y perfeccionarlos.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones estereognósicas.
- Hacer estimaciones sobre longitudes utilizando uno o varios sentidos (sentido kinestésico cuando se desplazan las barras).
- Distinguir las propiedades forma y tamaño.
- Distinguir sección y longitud de un paralelepípedo.
- Formar un primer bagaje de conocimientos relativos al paralelepípedo.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «largo», «corto», «barra», «más... que», «el más... de todos».

Desarrollo

El material está formado por diez barras que tienen todas la misma sección cuadrada (de 2 centímetros o 2,5 centímetros de lado), y longitudes crecientes de 10 en 10 centímetros, de 10 centímetros a 1 metro.

Las barras están en un montón encima de una alfombra y se trata de colocarlas unas al lado de las otras, de la más corta a la más larga.

Este material es apropiado sobre todo para los niños y las niñas que ya han conseguido hacer la seriación de los diez cubos.

* Cerquetti-Aberkane y Berdonneau, 1984, actividad 42-43, pp. 88-90.

Juego



ACTIVIDAD 43. LA ESCALERA DE COLOR

Objetivos pedagógicos

- Emparejar rectángulos según su longitud.
- Ordenar longitudes.
- Utilizar las expresiones «más largo que», «más corto que», «no bastante largo», «demasiado largo».

Desarrollo

Cada jugador tiene un tablero en el que hay dibujados rectángulos que tienen todos un lado de la misma anchura, y el otro que varía proporcionalmente en los números 1, 2 ,3, 4, 5, 6, 7, que forman una escalera. Varios rectángulos de seis colores (que corresponden a las caras de un dado), de las mismas dimensiones que los que figuran en los tableros de juego, se clasifican por colores y se meten dentro de unas bolsitas opacas de esos mismos colores. Cada jugador, cuando le toca, tira el dado, coge un rectángulo de la bolsita de color correspondiente y lo coloca en el lugar adecuado de su tablero. Si el peldaño de ese tamaño está ya cubierto, vuelve a poner el rectángulo en la bolsita y pasa al siguiente. Gana el primero que consigue recubrir todos los peldaños de su escalera.

Expresión escrita

Igual que para las asociaciones, las selecciones y las clasificaciones, existen pocas expresiones escritas de tipo funcional (carteles, fichas documentales) que sean válidas y que tengan que ver con el orden, tanto más cuanto que apenas disponemos de juegos para los que podría ser necesario guardar una relación de los juegos que se realizan.

Evaluación

Referencial de competencias

- Ordenar objetos encajables.
- Ordenar objetos construyendo una torre.
- Ordenar objetos construyendo una escalera.
- Indicar, dentro de un conjunto ordenado, un elemento más «pequeño» (más «grande») que un elemento dado.
- Encontrar, en un conjunto ordenable, un elemento más «pequeño» (más «grande») que un elemento dado.
- Decir si un elemento es más pequeño o más grande en relación con un elemento de referencia de una serie ordenada.
- Decir si un elemento es más pequeño o más grande en relación con un elemento de referencia de una serie ordenable.

Modalidades de evaluación

No es imprescindible ninguna evaluación formal. La observación durante las actividades nos permite controlar las competencias que se han adquirido. Si durante el aprendizaje no se ha practicado el juego «más pequeño, más grande», puede servir como evaluación.

4

Sucesiones

Puntos de referencia matemáticos

Desde el punto de vista de las matemáticas, una sucesión es una función cuyo conjunto de partida es el conjunto de los enteros naturales.

Una función del conjunto de los enteros naturales en un conjunto de números es una sucesión numérica. La sucesión numérica más simple es la función idéntica del conjunto de los enteros naturales: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Otros ejemplos:

- La sucesión de los enteros pares: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12...
- La sucesión de los números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29...
- La sucesión de los números enteros de una sola cifra: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, en caso de utilizar la numeración árabe; si utilizamos los números romanos, esta serie sería I, V, X, L, C, D, M. Al contrario que las anteriores, que eran sucesiones infinitas, esta es una sucesión finita.

Una función del conjunto de los enteros naturales en un conjunto no numérico es una sucesión no numérica. La sucesión de las letras del alfabeto, la sucesión (A1, A2, A3, A4, A5) de los vértices de un pentágono son dos ejemplos de sucesiones no numéricas. El nexo entre el conjunto de los enteros y los elementos de la sucesión no es siempre explícito: se puede tener, como en el ejemplo anterior de los vértices de un pentágono, puntos representados por unas letras convenidas, pero que podrían igualmente estar representados por otras letras.

En matemáticas, no basta con dar el valor de los primeros términos de una sucesión para definirla del todo. Normalmente, se proporciona la forma de pasar de un término al siguiente (fórmula de recurrencia). En algunos casos, para determinar el término de categoría *n*, no basta con conocer el término de categoría *n*-1, sino que hay que conocer también uno o varios términos anteriores.

Cuando en una sucesión (y sobre todo en una función) se constata una repetición regular de su idéntica dentro de una secuencia de valores, se dice que la sucesión es repetitiva o iterativa (para una función, se emplea más bien el término «periódica»). Por ejemplo, la sucesión RBVJRBVJRBVJRBVJRBVJ es repetitiva.

Cuando constatamos una modificación regular, en la que pasamos del término de categoría *n* al de categoría *n*+1, del mismo modo que pasamos del término de categoría *n*-1 al de categoría *n*, hablamos de sucesión recurrente (a veces empleamos el término «recursiva»).

Una sucesión que no es ni repetitiva ni recursiva se califica generalmente como «cualquiera».

Aparecido en el siglo XVI (antes se decía «algorismo»), el término «algoritmo» no procede etimológicamente del griego (y no tiene nada que ver con «ritmo»), sino del nombre de un matemático árabe del siglo IX, Mamad Ibn Musa, llamado Al-Khawarizmi. La palabra «algoritmo» designó primero los procesos elementales del cálculo aritmético, lo que llamamos hoy «las cuatro operaciones» (actualmente se utiliza todavía algunas veces la expresión «algoritmo de la división»), después tomó un sentido más general, más extendido aún por su uso en informática. Un algoritmo es una sucesión de operaciones elementales que permiten, en un número determinado de fases, resolver un tipo de problemas: modificar el orden de sucesión de las operaciones elementales cambia el algoritmo, y generalmente modifica el resultado obtenido.

Fuera del campo matemático, utilizamos a diario muchos algoritmos. Por ejemplo:

1 Encender una fuente de calor.
2 Colocar encima un recipiente de fondo plano.
3 Poner en ese recipiente un poco de materia grasa/aceite.
4 Cuando el aceite está caliente, poner un filete de carne.
5 Unos minutos más tarde, darle la vuelta a la carne.
6 Esperar un poco.

7 Vaciar el contenido del recipiente en una fuente.
8 Salpimentar.
9 Apagar la fuente de calor.

Es un algoritmo que permite cocinar tanto una costilla de buey o de cerdo, como un escalope de ternera, una chuletita de cordero...

Podemos observar lo siguiente:

- Ninguna fase de este algoritmo se repite (parece ser que, si después de la fase 5, volvéis a la 4, no sois buenos cocineros).
- Si cambiamos la fase 2 y la ponemos entre la 7 y la 8, el sabor del resultado no es el mismo.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

El trabajo sobre las sucesiones y los algoritmos en educación infantil se manda hacer muchas veces por costumbre: durante generaciones se ha dado a los niños y las niñas cuentas para ensartar. ¿Sólo para desarrollar su destreza cogiendo esos pequeñísimos objetos y pasándolos por un hilo que se les resiste muchas veces? Si bien en los tiempos de Pauline Kergomard, se podía pensar que esto prepararía a las chicas para el trabajo de costura que sería el destino de cualquier madre de familia, y también de la mayoría de las mujeres solteras, aun sin pretender que fueran profesionales de la costura o del bordado; y si para los chicos podía ser una iniciación para futuros trabajos de talabartería, guarnicionería, o incluso para el oficio de sastre, está claro que no sucede lo mismo desde hace bastantes años. ¿Se trata pues sólo de una tradición y no perderíamos nada si nos la replanteáramos? ¿Y por qué se insiste en las sucesiones repetitivas, que antes se llamaban normalmente «alternancias»? Más bien tendríamos que buscar la razón en el hecho de que se quiere entrenar a los niños a observar con atención la organización en el espacio de un número limitado de objetos, sus posiciones relativas y el orden de sucesión de los términos de la serie: ¿cuáles son los elementos extremos? ¿Un elemento concreto fácilmente observable, entre qué otros se encuentra? ¿Cuál es el primer elemento? ¿Qué elemento va a continuación?... De la misma manera, el conocimiento de los números, en su forma ordinal, y el de su orden de sucesión,

no es ni mucho menos imprescindible para poder reproducir un conjunto de números o para construir la continuación de una sucesión repetitiva.

Observemos que una sucesión, por ejemplo AXKBVF, puede realizarse de muchas maneras distintas, ya sea colocando los elementos de izquierda a derecha en el orden de su puesto dentro de la serie, ya sea colocando primero los términos impares AKV e introduciendo después los pares XBF, ya sea de otras muchas maneras más. Los algoritmos de realización de esta sucesión son diferentes, pero la sucesión que se obtiene es siempre la misma.

Es conveniente pues que, antes de organizar una actividad sobre el tema «sucesiones y algoritmos», tengamos claros los objetivos: ¿qué queremos que aprendan? La evaluación del docente dependerá del objetivo que se haya propuesto.

¿Para el docente es prioritario el algoritmo de realización? En ese caso, es imprescindible organizar un taller dirigido, en el que el docente esté siempre presente para observar cómo realizan la sucesión o, por emplear un material que no permite ni la corrección específica de un error (cuando nos damos cuenta de que nos hemos equivocado, tenemos que deshacer todo hasta llegar al error y volver a partir desde ahí), ni la realización del trabajo por trozos independientes. Es prácticamente inevitable ensartar cuentas en un hilo o en una varilla rígida. En este sentido, ensartar cuentas puede constituir una preparación para la lectura y la escritura futuras.

¿Creemos más bien que lo primordial es el resultado final, y que las estrategias de resolución pueden ser legítimamente distintas mientras nos conduzcan al resultado esperado? ¿Lo esencial es que niños y niñas sean capaces de realizar una copia fiel de un modelo dado, respetando las distintas características de todos los elementos y sus posiciones respectivas? En este caso se trata de saber reproducir una sucesión, cualquiera o repetitiva, competencia parecida a la de reproducción en geometría (véase en la segunda parte, «La estructuración del espacio y el descubrimiento de la geometría», capítulos 6 y 8). El trabajo tradicional de construcción de frisos, muy relacionado con la geometría, constituye una prolongación. En este caso, tiene poca importancia el orden en que se han colocado los elementos: la verificación a posteriori de que la copia respeta todas las particularidades del modelo es una validación apropiada de la exactitud del resultado. De esta manera, un niño o una niña que, para reproducir esta «barrera» de bloques de construcción



lo hace colocando primero sietes bloques delgados ligeramente separados,



y luego tres cilindros, que coloca entre los bloques, dejando libre el espacio entre el tercero y el cuarto bloque,

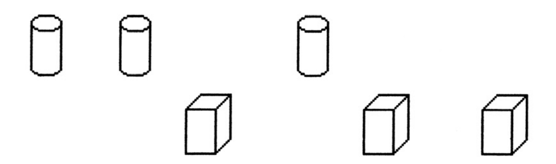


y finalmente tres bloques, colocados a lo alto en los espacios que están aún libres entre los bloques colocados al principio,

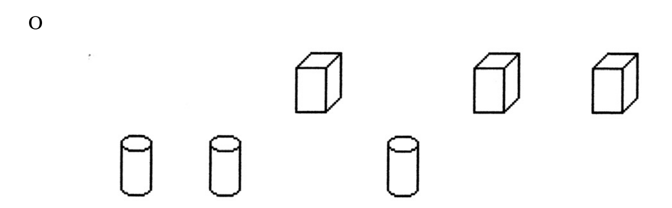


realiza una reproducción muy satisfactoria de la «barrera» de muestra.

Ha procedido de modo distinto al del niño o la niña que coloca primero un ladrillo delgado, luego un cilindro, a continuación otro bloque, luego otro cilindro... pero no con peores resultados. Los dos han reproducido la sucesión de muestra, pero utilizando dos algoritmos distintos. En el caso de esta sucesión cualquiera, construirla mediante el primer algoritmo supone el conocimiento de cantidades de al menos hasta el siete; por el contrario basta con saber construir un conjunto de tres elementos si se empieza por los cilindros o los ladrillos grandes



o



y luego intercala bloques delgados, cogiendo unos cuantos para estar seguro de tener al menos la cantidad necesaria:



Muchos materiales pedagógicos (cubos de construcción, cuentas de ensartar) propician algoritmos diferentes para la reproducción de una misma sucesión. Un taller satélite es suficiente, en este caso. Y una verificación a posteriori de las realizaciones de los niños nos suministrará las informaciones que buscamos.

Finalmente, ¿queremos saber si el niño y la niña son capaces de analizar cómo se organiza una sucesión regular, o dicho de otro modo, de encontrar un motivo que produzca una sucesión repetitiva dada, y que esta observación les ayude a continuar la serie?

Se trata entonces de otra competencia que puede evaluarse igualmente a posteriori. En este caso también, aunque el material utilizado no obliga a seguir el orden de realización de la sucesión, varios algoritmos permiten llegar al mismo resultado correcto.

Variables didácticas

La dificultad del trabajo depende de muchos parámetros, que desarrollamos a continuación:

- El tipo de material y la precisión de los movimientos necesarios: entre los materiales disponibles en ese momento, las cuentas exigen una destreza indiscutible, mientras que otros muchos elementos pueden juntarse unos con otros con mucho menos esfuerzo. Además, ensartar cuentas no necesita la misma habilidad si se trata de hacerlo en un hilo flexible, en una varilla que hay que sujetar o en una varilla fija, vertical u oblicua.

- El tipo de actividad: repetir una serie cualquiera es relativamente fácil, construir la prolongación de una serie repetitiva o recurrente exige un análisis preciso de la sucesión –dado que no se trata de una alternancia simple de dos o tres elementos–, para descubrir su regularidad y aprovecharla para controlar si la realización es igual al modelo.
- La longitud de la sucesión: el riesgo de olvidos o de errores aumenta si tienen un número mayor de elementos.
- La complejidad de la serie: generalmente, una serie compuesta por sólo dos tipos de elementos presenta menos dificultad que una serie cuyos elementos varían en forma, tamaño, color, u orientación, pudiendo intervenir varias de estas propiedades simultáneamente.
- La facilidad de autocorrección: las aburridas sucesiones de adhesivos que hay que pegar en una hoja de papel, que no admiten el mínimo reproche, son mucho menos creativas que sucesiones de objetos manipulables; efectivamente, cualquier despiste (que no se puede siempre achacar a una falta de atención por parte del niño o de la niña, sino que puede provocarla un acontecimiento fortuito en la clase) incide muchas veces irremediablemente en el trabajo que están haciendo, sin que por ello podamos concluir que no han adquirido la competencia.
- Las características del modelo: un modelo realizado con los mismos objetos que hay que utilizar, contribuye a que un niño de 2-3 años comprenda más fácilmente la tarea que si el modelo es una ficha sobre la que están representados los objetos que tienen que utilizar. En una representación plana, tiene que interpretar algo que normalmente se le da en forma de perspectiva caballera, más aún si además se plantean problemas de escala.
- La disponibilidad del modelo: ¿cada uno de los alumnos y alumnas tiene su propio modelo o ha de compartirlo con otro o con varios? ¿El modelo está cerca y es posible un control mediante superposición a medida que el trabajo avanza? O, por el contrario, ¿es un modelo a distancia que les exige una representación mental de la sucesión parcial y de toma de referencias mucho más complicadas?

La formulación clara (o a la inversa la ausencia de explicación) de la regla de formación de la sucesión tiene una influencia notable en los resultados. Hay

que tener especialmente cuidado con las instrucciones «Observa y continúa», que pueden, sobre todo en el caso de las sucesiones repetitivas, dar lugar a múltiples interpretaciones. Por ejemplo, en el caso de una sucesión de viñetas con circulitos de colores para la que el modelo dado es:



los niños y niñas pueden entender dos interpretaciones lógicas de la instrucción «Observa y continúa»:



que es, en general, lo que espera normalmente el docente, y



que muestra, igual que la otra realización, una buena observación de los elementos que se les ha dado y el conocimiento de lo que es una sucesión repetitiva.

Simplemente, en el primer caso, la estructura generadora utilizada está formada por los dos (o los cuatro) primeros elementos de la sucesión, mientras que en el segundo caso utilizan como estructura generadora el motivo que se les ha dado en su totalidad.

Por lo tanto, es importante que, antes de considerar que una respuesta es falsa, nos aseguremos de la interpretación dada por el niño a la instrucción («¿Qué querías hacer?»), y evaluar la calidad de la realización, teniendo en cuenta esta interpretación personal del niño, y con mayor motivo si no se le había explicado la instrucción diciéndole cuál era la estructura generadora que se esperaba.

No es, sin embargo, imprescindible limitarse a una explicación sistemática, siempre que se les deje a los niños y las niñas cierta libertad para tener en cuenta los datos.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



ACTIVIDAD 44. GRAN FRISO DE COLOR

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la atención y la observación.
- Asociar en función del color.
- Aprender a tirar un dado.
- Aprender a leer un dado.
- Realizar una sucesión repetitiva cuyos términos están determinados aleatoriamente por la tirada de un dado.

Desarrollo

Trabajar en un taller reducido; cada taller dispone de una cantidad de objetos (bloques de construcción, por ejemplo) de varios colores y de un dado muy grande[59] con las caras de colores. El lanzamiento del dado organiza la realización de un friso aleatorio, siendo la cara del dado en cada lanzamiento la que determina el color de cada pieza.



ACTIVIDAD 45. CORRO O FILA ALTERNANDO NIÑOS Y NIÑAS

Objetivos pedagógicos

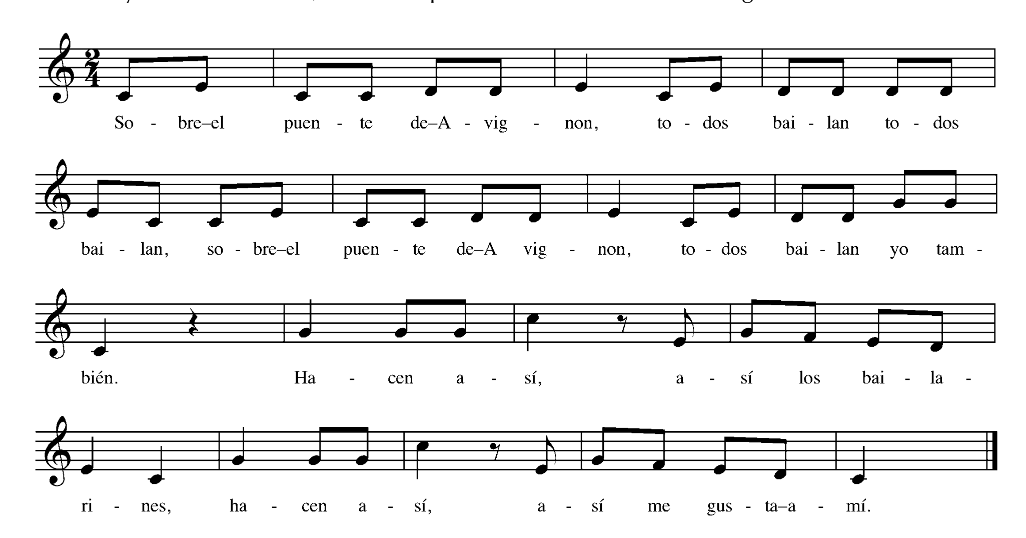
- Desarrollar la atención y la observación.
- Reconocerse como niña o como niño.
- Saber si una criatura de la clase es una niña o un niño.
- Realizar una serie repetitiva con alternancia de dos términos.

59. Sobre el aprendizaje de la lectura del dado, véase el capítulo 1, actividad 17.

Desarrollo

En una actividad de baile («Sobre el puente de Avignon», por ejemplo) queremos repartir proporcionalmente las niñas y los niños: nos vemos obligados a alternar una niña, un niño. Para formar ese corro, niñas y niños tienen que construir una serie repetitiva con alternancia de los dos términos, y ser conscientes de su propio sexo y del de sus compañeros inmediatos o cercanos.

Nota: continuar alternando oficios para chicos y chicas. Las referencias de vestimenta y de peinado que antes cortaban el problema de raíz, son muy poco fiables hoy en día; si aún no se ven chicos vestidos con faldas o con vestidos, muchas chicas al contrario llevan pantalón. Igualmente, una coleta o el pelo largo no aseguran ya sistemáticamente la feminidad de la persona. La identificación de los niños y las niñas como personas sexuadas es muchas veces delicada y difícil en el aula, a menos que la familia la reafirme de alguna manera.



Actividad ritual



ACTIVIDAD 46. MEMORIZACIÓN DE UNA RIMA O DE UNA CANCIÓN

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar la memoria.
- Desarrollar la atención.
- Reproducir una sucesión verbal, con o sin soporte melódico.

- Practicar la inmersión lingüística, de giros frecuentemente ausentes en la lengua oral cotidiana.

Desarrollo

Desde un punto de vista matemático, una canción infantil, un poema, una melodía o una canción representan series finitas sonoras, verbales o cantadas, a veces repetitivas (canción que se repite, canon).

Después de que los ejercicios de memorización se hayan menospreciado durante mucho tiempo, parece que encuentran, por suerte, el lugar que habrían tenido que tener siempre. El repertorio de canciones infantiles y retahílas, tradicionales o contemporáneas, es muy amplio y contribuye de manera eficaz al enriquecimiento de la expresión oral de los niños y niñas. Dependiendo del tema, se trabaja con más intensidad lo relacionado con el vocabulario (proponemos algunas para el conocimiento general del espacio o la enumeración de los días de la semana), o lo relacionado con distintos aspectos sintácticos.

La memoria se desarrolla cuando se la hace trabajar regularmente, proponiendo nuevos textos o nuevas canciones. En general, la memorización necesita cortar un fragmento en elementos más pequeños (trabajo de una sucesión más breve), y repetir muchas veces; para ayudar a los más pequeños a memorizar textos con sentido, es bueno hacer gestos: los juegos con dedos, entre otros, están especialmente indicados. Sin embargo, no hay ninguna necesidad de comprender un texto para memorizarlo, y que incluso quede en la memoria mucho tiempo, como por ejemplo el «Am stram gram»[60] conocido por todas las generaciones...

Actividad de grupo



ACTIVIDAD 47. SUCESIONES GESTUALES

Objetivos pedagógicos

- Provocar interés por la formación de grupos.
- Desarrollar la atención y la observación.

60. Se encuentran canciones y rimas infantiles análogas, que no tienen significado, en muchas otras lenguas. N. de la T.: en castellano, por ejemplo, la canción del «Pito, pito».

- Afianzar el esquema corporal.
- Reproducir una serie de movimientos simples.

Desarrollo

Una vez que se han asimilado las asociaciones gestuales, se pueden encadenar varios movimientos, antes de pedirles a los niños que los repitan.

Con los niños y niñas de 2-3 años basta con trabajar utilizando sólo movimientos simétricos de las dos manos. Esporádicamente, durante el curso, se pueden hacer movimientos en los que sólo intervenga una de las dos manos; es evidente que en este caso lo que interesa es la reproducción exacta del movimiento con una de las dos manos, cualquiera de las dos. Dejaremos para los años siguientes las actividades que recurren a movimientos distintos de las dos manos, sin que sea importante si la imitación se hace en un espejo o con descentración.

Actividad funcional o de vida cotidiana



ACTIVIDAD 48. DECORAR UN PASTEL DE CHOCOLATE CON LACASITOS

Objetivos pedagógicos

- Educar la atención.
- Ejercitar el sentido de la observación.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Realizar una actividad fina de decoración.
- Reproducir una sucesión repetitiva y después prolongarla.

Desarrollo

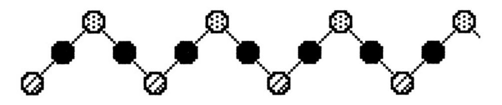
El bizcocho más corriente se convierte en un pastel de fiesta si lo decoramos con grageas de chocolate recubiertas de un glaseado de azúcar de colores. El maestro o la maestra marca en el pastel con el cuchillo las líneas para poner los Lacasitos.



y plantea un modelo sencillo de decoración repetitiva (hay que llevar a cabo con los alumnos un gran trabajo de interpretación de este material):



para obtener el resultado siguiente:



Podemos tener también un pastel ya decorado que sirva como modelo para que lo reproduzcan; el trabajo es más fácil, pero las competencias que se desarrollan son más limitadas.

Material



ACTIVIDAD 49. REPRODUCIR UNA HILERA DE COCHES, UNA BARRERA O UNA TORRE CON PIEZAS DE CONSTRUCCIÓN

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la atención y la observación.
- Hacer asociaciones.
- Analizar la colocación de una sucesión de objetos.
- Reproducir una sucesión de objetos.

Desarrollo

Durante las actividades libres en el rincón de trenes, cochecitos o construcciones, proponerles que construyan un tren, un embotellamiento, una torre o una barrera con tacos de construcción.

El material Duplo los motiva para hacer torres, construidas con piezas de formas y colores variados. Si las piezas se encajan de manera estable, el docente puede controlar más fácilmente la construcción; mientras que una actividad similar con tacos de construcción resulta muchas veces muy efímera, ya que a los niños les produce tanto placer hacerla caer como construirla.



ACTIVIDAD 50. JUEGO DE ENROSCAR PERSONAJES: REPRODUCIR UN PERSONAJE

Objetivos pedagógicos

- Flexibilizar la muñeca.
- Fortalecer los dedos que hacen pinza.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Coordinar varios movimientos (asir, empujar, dar vueltas) para atornillar.
- Asociar objetos que tienen la misma forma y el mismo color.
- Perfeccionar el movimiento haciendo que coincidan la rosca de la pieza macho y la de la pieza hembra correspondiente.
- Acoplar un objeto macho y un objeto hembra que tienen la misma rosca.
- Realizar un ensamblaje de objetos que formen una sucesión de tres o cuatro elementos.

Desarrollo

Los juegos de manipulación de personajes se presentaron en el marco de las actividades de asociación visual o táctil (actividad 15, p. 72-73). Una vez que los niños se han familiarizado con los juegos de personajes, los podemos utilizar para actividades de reproducción de sucesiones. Dado que cada cuerpo geométrico está disponible en dos ejemplares, se puede construir cualquier ensamblaje de un máximo de cinco elementos distintos. Podemos elegir como modelo cualquier construcción anterior de un alumno que compruebe esta propiedad.



ACTIVIDAD 51. HILERAS DE ELEMENTOS YUXTAPUESTOS

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la atención y la observación.
- Realizar asociaciones.
- Analizar cómo está organizada una sucesión de objetos.
- Reproducir una sucesión de objetos.

Desarrollo

Entre los materiales que sirven para formar sucesiones, algunos simplemente se pueden yuxtaponer (animales, cubos de construcción, fichas...), otros están ideados para encajarse unos en

otros (cubos encajables, cuentas para ensartar, arandelas, así como algunos animales –muchas veces dinosaurios o elefantes–); unos y otros sirven para soslayar la dificultad que representa ensartar. Dejar al principio que los alumnos se familiaricen libremente con el material; cuando se realizan sucesiones, proponerles que las copien y después introducir modelos (realizados con ese mismo material) que sean o no repeticiones.

Sólo cuando estas primeras actividades están bien asimiladas se puede pasar a modelos representados (fichas, que normalmente vienen con el material); esta fase no es un objetivo en la clase de 2-3 años. Esta actividad se vuelve a realizar con cuerpos geométricos en la geometría plana (véase pp. 189-190, actividad 90, fase 3).



ACTIVIDAD 52. VARILLAS PARA ENSARTAR CUENTAS

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la motricidad fina.
- Fortalecer los dedos-pinza.
- Mejorar la coordinación ojo-mano.
- Perfeccionar el movimiento de ensartado.
- Asociar por forma, color y tamaño.
- Analizar la colocación de una sucesión de cuentas de collar.
- Formar una sucesión o prolongar una serie repetitiva.
- Utilizar en su contexto el vocabulario: «bola», «cilindro», «cubo».

Desarrollo

El material consta de:

- «Brochetas» (soporte cuya rigidez hace más fácil el ensartado que los clásicos hilos) que hay que sujetar con una mano o varillas fijas en una base.
- Cuentas (de varias formas y colores, de un sólo tamaño para empezar y bastante grandes para que puedan manejarlas niños y niñas muy pequeños).
- Y generalmente también fichas modelo, que no resulta muy apropiado dejar a disposición de los alumnos y alumnas al principio del aprendizaje.

Después de un rato de manipulación libre en el que los alumnos pueden simplemente satisfacer el placer sensorial y motriz de ensartar, se les puede decir que «hagan como» un

compañero determinado y que copien lo que ha hecho. Procedan de lo que ha hecho otro alumno, o que sea el docente el que las ha preparado, las primeras sucesiones propuestas son no repetitivas, se les dan a los niños en su totalidad y deben reproducirlas idénticamente. Por supuesto, esos modelos se realizan con el mismo material que los alumnos tienen que utilizar y no están representadas en fichas: ello supondría que los alumnos han trabajado antes las representaciones planas de objetos tridimensionales (véase en la segunda parte, «La estructuración del espacio y el descubrimiento de la geometría»: «Del espacio al plano», p. 193).

Podemos pasar a continuación a las sucesiones repetitivas, dándoles como modelo, por ejemplo, sucesiones en las que el mismo motivo se repite varias veces; aquí también se les da la sucesión en su totalidad para que la reproduzcan idénticamente. La observación lleva a los niños y las niñas a darse cuenta de que un motivo se repite y, eventualmente, a adaptar su proceso de construcción.

Sólo cuando han dominado las reproducciones a partir de un modelo real, pueden pasar a modelos representados en fichas; este no es un objetivo con los niños de 2-3 años. En el caso de las series repetitivas, podemos acordar un código de representación: sólo está representado el motivo generador (que debe reproducirse varias veces), y un signo concreto indica que hay que continuar por repetición.



ACTIVIDAD 53. COPIAR ENSARTES

Objetivos pedagógicos

- Perfeccionar el movimiento del ensarte.
- Fortalecer los dedos-pinza.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Asociar por forma, color y tamaño.
- Analizar la disposición de una sucesión de objetos.
- Repetir una sucesión o continuar una sucesión repetitiva.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «bola», «cilindro», «cubo».

Desarrollo

Existen muchos materiales adaptados para esta actividad: aparte de cuentas de tamaño grande, encontramos actualmente «botones gigantes» (que varían por el color, por la diferencia de agujeros y por el tamaño), bobinas...

En el ensarte, se da identidad entre algoritmo de logro directo y sucesión: sólo se puede repetir la sucesión colocando primero el primer término de la sucesión y, a continuación, el segundo término de la sucesión. No sucede lo mismo con los objetos que se yuxtaponen, porque nada nos impide comenzar, por ejemplo, por una parte central de la sucesión y continuar luego «marcha atrás/hacia atrás» por el principio y terminar por una parte distinta.

Debemos realizar el modelo con los mismos objetos que los que van a utilizarse para efectuar el ejercicio y no presentado en una ficha (salvo si los alumnos han trabajado ya sobre las representaciones planas de objetos tridimensionales, véase la segunda parte, «La estructuración del espacio y el descubrimiento de la geometría»: «Del espacio al plano», p. 193).



ACTIVIDAD 54. SUCESIONES SONORAS

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido del oído y perfeccionarlo.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones sonoras.
- Asociar en función de un criterio sonoro.
- Analizar la ordenación de una serie de sonidos.
- Repetir una sucesión sonora o alargarla.

Desarrollo

En el marco de las actividades del desarrollo del sentido del oído, y siempre que dispongamos de dos sucesiones de objetos sonoros idénticos, podemos realizar (o hacer que la realice un alumno o una alumna) una corta sucesión sonora que tienen luego que repetir. El alumno o la alumna que emite la sucesión sonora modelo tiene que estar oculto detrás de un biombo, de manera que la repetición se haga a partir de los sonidos y no de los instrumentos que puedan verse. Para conseguir la correcta repetición del modelo, durante los ensayos necesarios, sería bueno realizar una grabación previa de las sucesiones que habrá que reproducir.

Esta actividad supone un trabajo previo sobre las asociaciones sonoras.

Comenzamos con una sucesión de tres efectos sonoros distintos, y complicamos progresivamente la actividad aumentando el número de efectos sonoros (actividad 12, p. 69-70).

Juegos



ACTIVIDAD 55. LA ORUGA ARCOIRIS

Objetivos pedagógicos

- Distinguir las propiedades color y forma.
- Desarrollar el control de los movimientos (tirar un dado).
- Leer un dado.
- Elegir una pieza del color indicado por el dado.
- Construir una sucesión respetando una restricción.

Desarrollo

Este juego Haba consta de un dado con caras de color, de cuatro fichas «cabezas de oruga» y de veinticuatro anillas (en forma de luna creciente) de seis colores; y cuatro ejemplares de cada uno.

Hay que formar una oruga respetando la limitación del color según los lanzamientos del dado. Si no queda ninguna anilla del color indicado por el dado, se pasa su turno; el juego acaba cuando no queda ninguna anilla para continuar los cuerpos de las orugas.

A pesar de que utilizamos los lanzamientos aleatorios que nos da el dado, esta actividad no es un «juego» tal como lo hemos definido anteriormente: no gana nadie.

Con los niños de 2-3-años, es preferible utilizar un segundo dado con caras de colores y repartir las fichas para tener dos juegos con un dado, dos cabezas de oruga y doce anillas de color.



ACTIVIDAD 56. EL COLLAR CON EL DADO

Objetivos pedagógicos

- Distinguir las propiedades de color y forma.
- Desarrollar el control de los movimientos (lanzar un dado).
- Leer un dado.
- Elegir una cuenta del color indicado por el dado.
- Construir una sucesión respetando una restricción.

Desarrollo

Se le da a cada niño y a cada niña un hilo de ensartar cuentas de collar, que termine en un nudo; o un alambre parecido a los del material «Rythmes et perles» (Nathan). Tenemos una cubeta llena de cuentas de collar, que pueden estar clasificadas por formas y/o colores, y un dado con caras de colores.

Se trata de fabricar un collar respetando la limitación del color según los lanzamientos del dado, dejando, de esta manera, que la forma sea libre: es un poco más difícil que la «oruga arcoiris».

Igual que la anterior, esta actividad, aunque los lanzamientos del dado son aleatorios, no es un «juego» en el sentido que le hemos dado antes: no gana nadie.

Expresión escrita

El soporte papel no es adecuado con los niños de 2-3 años para trabajar las sucesiones y algoritmos, ni como soporte para las instrucciones, ni como informe del trabajo realizado y ni siquiera como soporte para la evaluación.

Evaluación

Referencial de competencias

- Repetir una serie finita visual, auditiva y gestual.
- Identificar una estructura generadora de una serie repetitiva visual, auditiva o gestual.
- Continuar una sucesión repetitiva de la que damos la estructura generadora mínima o una parte que contiene varias estructuras generadoras.

Modalidades de evaluación

Del mismo modo que para todas las adquisiciones que se refieren a la lógica, tampoco es imprescindible ninguna evaluación formal. La observación durante las actividades nos permite controlar las competencias que se han adquirido.

Segunda parte: la estructuración del espacio y el descubrimiento de la geometría

5

El conocimiento general del espacio

Puntos de referencia matemáticos

Clasificación de los conocimientos espaciales

Etimológicamente, el término «geometría», significa «medida de la tierra». Pero ¿qué quiere decir esta expresión? ¿Se puede reducir la geometría a la agrimensura? La historia presenta una dicotomía entre los conocimientos prácticos y el punto de vista teórico. Esto explica que, antes de 1970, los saberes geométricos se adquiriesen principalmente en las clases de dibujo o en las de trabajos manuales –el término «geometría» aparecía como tal en los programas–, y no en las clases de las escuelas primarias ni en los primeros cursos de secundaria sino, y sólo cuando se abordaba el estudio de la geometría «demostrada», en los primeros cursos de estudios superiores (fin de carrera, cursos superiores) y en el bachillerato. Si bien los programas no mencionan el término «geometría», la «normativa» comporta un párrafo titulado así, que recoge aproximadamente lo que figura en los programas y en la que, con una frase de introducción en mayúsculas, se llama la atención sobre la orientación que se da a este contenido:

Las nociones de geometría han de entenderse como ejercicios de observación y de clases prácticas, así como un primer aprendizaje del dibujo y de los trabajos manuales (recortado y plegado)[61].

Los textos que regulan la enseñanza actual proponen una clasificación más completa, resultado de una evolución progresiva durante los años setenta: se establece en ellos una distinción clara entre tres aspectos del descubrimiento del espacio por el niño, con denominaciones específicas, no siempre explicadas con claridad: estructuración del espacio (2-3 años y 3-4 años), geometría, y medida (estos dos campos figuran con esa denominación en los textos que hacen referencia a las clases de 3-4 años y 5-6 años, pero pueden, sin embargo, tratarse a partir de 2-3 años).

Guardan relación con la espacialización o con la estructuración del espacio algunos aspectos que remiten a distintas ramas de las matemáticas (especialmente la topología, en aspectos muy básicos, y algunos conocimientos que tienen que ver más bien con la teoría de grafos) y otros que tienen relación más bien con conceptos que pertenecen a la física y que designamos con la terminología «conocimiento general del espacio», especificando las particularidades ligadas a la gravitación que orienta nuestro espacio así como a la lateralidad. Son el objetivo del presente capítulo.

En sentido estricto, la geometría es el estudio de figuras (tridimensionales y planas, así como la relación entre estos dos tipos de objetos) y de transformaciones puntuales, en particular las translaciones, las simetrías, las rotaciones, las homotecias y las similitudes. Todo esto constituye la materia que tratamos en los tres capítulos siguientes.

Para terminar, la medida establece un nexo entre el ámbito espacial y el ámbito numérico, estableciendo el modo de sistematizar algunas propiedades (magnitudes) de los objetos físicos y de cuantificarlos: podemos así abordar a partir de 2-3 años las magnitudes geométricas (longitud, área, volumen), pero también las masas y el tiempo. Trataremos esto en la última parte del libro.

Algunas actividades tratan a la vez algunos de estos aspectos del conocimiento del espacio.

61. Instrucciones de 1945 para clases de 7-9 años.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Modalidades sensoriales de las percepciones de las informaciones espaciales

La representación mental del espacio que nos rodea y la de nuestro propio cuerpo nos son imprescindibles, tanto para las actividades de la vida cotidiana (espacio tridimesional), como para el aprendizaje y la utilización de la lectura y de la escritura (espacio plano).

Los sentidos que capacitan al ser humano para las percepciones espaciales son principalmente la vista y el oído, que le dan informaciones sobre datos distantes, y el tacto que le aporta informaciones a través del contacto. El olfato, que en los animales puede tener una gran influencia, parece jugar un papel insignificante en el hombre. Desde que nace, el bebé percibe informaciones espaciales; muchos estudios han demostrado que, desde que tiene algunos meses, la percepción de los objetos está muy desarrollada en él: distinción de colores y formas, percepción de la distancia y de la profundidad, así como de los desplazamientos, gracias a la vista; del mismo modo, el bebé reconoce muy pronto la dirección de donde viene un sonido. Antes del año, es capaz de distinguir algunas formas mediante el tacto. Aunque tanto los físicos como los matemáticos consideren el espacio real como isótropo, es decir que sus propiedades son idénticas cualquiera que sea la dirección considerada, la percepción que de ello tiene el ser humano, en particular en la infancia, es que es anisótropa: los objetos y lugares familiares no están organizados de la misma manera que lo que está a su alrededor. Encontramos quizás en esto la explicación a las anomalías que se constatan en relación con el modelo piagetiano, según el cual las propiedades del espacio se construyen progresivamente, siendo las propiedades topológicas las primeras en reconocerse, seguidas por las propiedades proyectivas y finalmente por las propiedades métricas.

Parece ser que un entorno estable contribuye a la elaboración de las representaciones mentales relacionadas con el espacio, que se vería perturbada si el entorno cambia continuamente de aspecto. La necesidad de orden que manifiestan los niños pequeños sería pues un indicador de esta elaboración.

El esquema corporal

Uno de los puntos de apoyo fundamentales para la construcción del espacio en el niño está formado por la percepción y las representaciones mentales que tiene de su propio cuerpo (su esquema corporal), y de sus movimientos. Las primeras adquisiciones están basadas en la observación intrínseca de su entorno («arriba», «abajo») y la polaridad del cuerpo («delante», «detrás», y a continuación «a la derecha», «a la izquierda»). A partir de eso pueden originarse conocimientos sobre la situación relativa de los objetos, ya sea mediante una proyección por transmisión sobre el objeto, especialmente si dicho objeto está orientado, es decir si comporta un polo anterior y un polo posterior, o mediante una proyección por transmisión hacia el objeto, más comúnmente llamada «descentración». Así, hablar de su propio punto de vista, por ejemplo para responder a las preguntas «¿Quién está delante de ti?», «¿Quién está detrás de ti?», «¿Quién está a tu derecha?», es mucho más fácil que ponerse en el lugar de otro, necesario para responder a las preguntas «¿Delante de quién estás?», «¿Detrás de quién estás?», «¿A la derecha de quién estás?».

Todas estas facultades mejoran si se repiten de manera que logremos interiorizarlas, algo que es imprescindible para ganar en eficacia y poderlas utilizar deliberadamente.

De la actividad a la representación

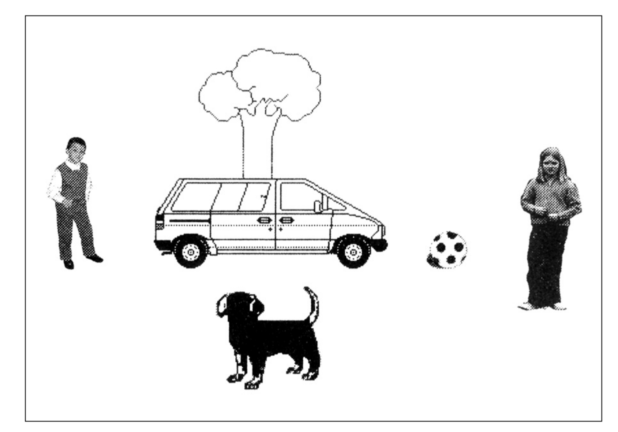
La motricidad es esencial para la percepción del espacio: la elaboración de representaciones mentales del espacio vivido se realiza mejor cuando se da una exploración activa de este espacio. No todas las razones están claras, algunas pueden ser de orden fisiológico: por ejemplo, los juegos de hacer caer que se practican a menudo en la primera infancia con canciones infantiles apropiadas, provocan a nivel del caracol del oído interno una corriente químico-eléctrica que estimula el sistema nervioso central. Además, constatamos que las cualidades espaciales de las niñas son estadísticamente inferiores a las de los niños, sin que sepamos a qué se puede atribuir esta diferencia: es importante por consiguiente que, en la clase, las niñas tengan el mismo acceso que los niños a las actividades

espaciales. Para ello son imprescindibles materiales que presenten un reto claro para las niñas: si el rincón cochecitos les atrae menos que a los niños, otros objetos que se mueven, más atractivos para ellas, cumplen la misma función.

Que un niño sea capaz de trabajar de manera pertinente no nos permite asegurar que dispone de una representación mental eficaz de la actividad que está realizando, y sobre todo que pueda utilizarla en una situación de transferencia. Por ejemplo, un bebé de pocos meses distingue al tacto un círculo de una corona circular, un círculo de un cuadrado, y una estrella de seis puntas de una flor de seis pétalos redondeados. Ahora bien, las percepciones táctiles exigen menos competencias que las percepciones visuales. Sin embargo, si le pedimos a un niño de dos años que dibuje a mano alzada un cuadrado, un rectángulo y un círculo cuyo modelo tiene delante, las líneas que dibuja no reflejan las discriminaciones métricas (lados curvos o rectilíneos, ángulos) que es capaz de operar: los tres están representados por una curva cerrada.

Los puntos de vista

Cuando hablamos de la lectura del dado, ya señalamos que para un niño pequeño no está nada claro que el punto de vista del otro no sea necesariamente igual que el suyo. Esto es especialmente importante en las situaciones que tienen que ver con el espacio.



Podemos describir esta situación:

- Desde el punto de vista de un conductor sentado al volante de su coche: el perro está a su derecha, la pelota y la chica están delante, el chico detrás y el árbol a la izquierda.
- Desde el punto de vista del chico: el perro está a su derecha, el coche delante, el árbol a su izquierda (la chica está detrás del coche, aunque esté en la parte delantera, o delante del coche).

- Desde el punto de vista de la chica: la pelota y el coche están delante de ella, el árbol está a su derecha y el perro a su izquierda.
- Desde el punto de vista del que mira la escena (y que está casi en la misma posición que el perro): el árbol está detrás del coche, el chico está a su izquierda pero también detrás del coche (en la parte de atrás), la chica está a su derecha pero también delante del coche y el perro está delante del coche (pero no en la parte delantera del coche).

A lo largo de todos los años de enseñanza infantil, son imprescindibles las actividades en situación, en el mesoespacio[62] (con alumnos y con distintos objetos alrededor de un camión de transporte o de un triciclo), o en el microespacio del rincón miniatura.

Aspectos relativos al lenguaje

Los primeros conocimientos espaciales se adquieren mucho antes de la aparición del lenguaje, y muchas tareas no obtienen mejores resultados por el hecho de ir precedidas o acompañadas de verbalización. Sin embargo, parece que el aprendizaje de las relaciones espaciales (posiciones relativas, orientación, desplazamientos) mejora si va asociado a la adquisición del vocabulario descriptivo. Estos términos tienen que utilizarse en contexto, en circunstancias que pongan en juego por una parte el propio cuerpo del niño (actividades de motricidad globales en el mesoespacio), y por otra, algunos objetos manipulables (actividades de motricidad restringida en el micro-espacio).

La lengua corriente utiliza muchas veces preposiciones poco apropiadas a una situación espacial. Es el caso de «antes» / «después» que se refieren al tiempo y no al espacio. Utiliza también erróneamente algunas preposiciones que pertenecen al vocabulario espacial: «delante» significa con frecuencia «justo a la izquierda», especialmente en una descripción relacionada con la escritura. Se trata de usos por extensión, que sólo pueden abordarse cuando los significados primeros se conocen bien: por lo tanto, no tienen cabida en la enseñanza infantil.

62. Véase en el capítulo 6, «Variables didácticas».

Con alumnos de familias no francófonas, es importante asegurarnos bien de que se tiene en cuenta la diferencia de pronunciación, tanto en emisión como en recepción, de las vocales [y] y [u]: en francés, se distinguen [byl] «bulle= burbuja» y [bul] «boule=bola» (se pueden encontrar otros muchos pares de palabras, que no pertenecen, desgraciadamente, al vocabulario infantil). Ahora bien, la vocal [y] no existe en muchas lenguas. Esta diferencia de pronunciación es la única diferencia entre las palabras «dessus=encima» y «dessous=debajo».

Variables didácticas

Se obtienen mejores o peores resultados en las actividades de espacialización dependiendo de distintos parámetros:

- El número de informaciones espaciales que hay que manejar aumenta la dificultad del trabajo. Por ejemplo, una situación que pone en juego al mismo tiempo las posiciones relativas y las posiciones corporales comporta una dificultad añadida. François está sentado en el columpio y Jean de pie encima de un banco: los dos están encima de algo, sea cual sea su posición corporal.
- Las relaciones espaciales están vinculadas con el sujeto o con el otro. La dificultad de descripción crece cuando de una situación vivida relacionada con la posición de un objeto cualquiera y su relación consigo mismo, o que atañe a la posición de un objeto orientado o de un ser vivo y su relación consigo mismo, pasamos a una situación vivida por el otro y finalmente a una situación representada (maqueta o «rincón miniaturas», véase más adelante, para evitar los problemas específicos de una representación plana de una situación tridimensional) en la que podemos proyectarnos nosotros mismos o en relación con el otro.
- La misma terminología puede utilizarse de manera absoluta (por ejemplo: arriba y abajo, cuando se trata de diferencias de altura: el techo está arriba, el suelo abajo; se trata de la misma dirección cualquiera que sean las posiciones respectivas de las personas que hablan), o convencional, en el caso de la convención social de la hoja de papel cuando dos personas, una frente a la otra a cada lado de la hoja, no designan la misma parte de esta hoja cuando hablan de la parte de arriba y de la parte de abajo.

- La relación «perpendicular» precede a las nociones de vertical y horizontal: hasta aproximadamente los cinco-seis años los dibujos de los árboles en una montaña son perpendiculares al suelo, no verticales; igual que las chimeneas en los tejados son perpendiculares a la pendiente; del mismo modo, el agua queda en paralelo con el fondo de una pecera.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



Actividad 57. Orientarse en la escuela

Objetivos pedagógicos

- Familiarizar a los alumnos con los diferentes espacios de la escuela.
- Desarrollar la autonomía
- Responsabilizarse de la seguridad de los niños.
- Elaborar representaciones mentales de un espacio familiar.
- Utilizar en contexto el vocabulario de la espacialización: «delante», «detrás», «a la derecha», «a la izquierda», «entre», «al lado de», «enfrente de».

Desarrollo

A principios del curso (durante el primer mes), el docente realiza con toda la clase (mejor en dos grupos) una visita comentada de la escuela. El adulto da a cada una de las aulas un nombre que indica para qué sirve este lugar y si vendrán a este aula durante el año escolar o después (el año siguiente...). Esta actividad hay que repetirla regularmente, al menos la visita de los lugares más frecuentados, para estar seguros de que los alumnos saben muy pronto ir a la clase, a la sala de juegos, al baño, al comedor, al patio. Si es necesario se pueden hacer fotografías de los distintos lugares visitados y utilizarlas más tarde.



Actividad 58. Grandes cajas de embalar

Objetivos pedagógicos

- Probar distintas posiciones y desplazamientos respecto a los objetos.
- Tomar conciencia de las posiciones respectivas de dos elementos (personas u objetos).
- Utilizar en contexto el vocabulario espacial: «en», «dentro de», «fuera de», «encima», «debajo», «entre».

Desarrollo

Recoger cajas de embalar de cartón muy grandes (de electrodomésticos) nos permite colocar en el aula de juegos un espacio de exploración que suscita mucho interés entre los niños y las niñas de 2-3 años (pero que los más mayores no desprecian normalmente). Sirven para construir «pueblos» (cajas «casa» separadas por espacios «calles»), o laberintos más o menos complejos donde algunas cajas se comunican y otras forman callejones sin salida.

Después de una sesión dedicada casi en su totalidad a la exploración, podemos prever actividades más estructuradas y emplear y/o hacer que utilicen el vocabulario espacial en contexto.



Actividad 59. El salto de la rana y otros juegos de espacialización

Objetivos pedagógicos

- Estimular y ayudar en los progresos de la propiocepción.
- Crear la conciencia de algunas posiciones relativas.
- Utilizar en contexto las expresiones «encima», «debajo», «al lado de».

Desarrollo

Cada alumno es una rana. Está cerca de una alfombrita de forma circular (moqueta, hule...), o de un círculo de unos treinta centímetros de diámetro. El que dirige el juego decide si la rana debe situarse o no «encima» del nenúfar, «debajo» del nenúfar (tiene que cogerlo con las dos manos y sostenerlo por encima de la cabeza), o «al lado» del nenúfar. Al cabo de un rato, la actividad puede volverse a realizar con un alumno o alumna que dirige el juego.

Existen muchos juegos del mismo tipo, que se pueden encontrar en documentos que tratan del desarrollo de la motricidad, o que el docente mismo puede crear.
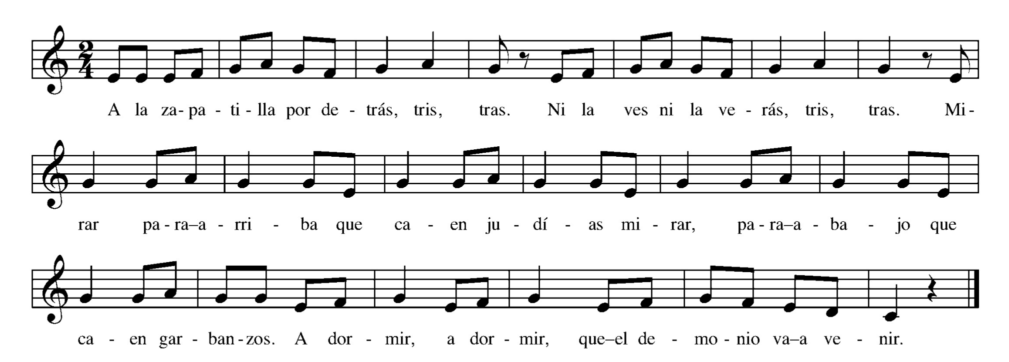


ACTIVIDAD 60. «A LA ZAPATILLA» Y OTROS JUEGOS CANTADOS DE ESPACIALIZACIÓN

Objetivos pedagógicos

- Seguir gestualmente un ritmo.
- Acompañar con gestos la letra de una canción (mimar).
- Hacer que tomen conciencia de algunas posiciones relativas.
- Utilizar en contexto las expresiones «arriba», «abajo».

Desarrollo

Aula de psicomotricidad: canto mimado.



Se forma un corro, sentándose en el suelo. Uno se quita la zapatilla y comienza a dar vueltas alrededor del corro mientras canta la canción.

Cuando dice «mirar para arriba» todos los del corro miran en esa dirección; cuando dice «mirar para abajo» todos miran hacia abajo.

En «a dormir» todos deben cerrar los ojos. Al final preguntan: «¿A qué hora?». El niño de fuera dice un número del uno al diez, y todos comienzan a contar. El que lleva la zapatilla comienza a caminar, dando un paso por cada número hasta dejarla detrás de un niño. A los pocos segundos abren los ojos y comprueban a quién le ha dejado la zapatilla.

El que la tiene, debe cogerla y salir corriendo detrás del que la dejó para intentar darle con la zapatilla. Si a la tercera vuelta (o las vueltas que se acuerden) no le pilla, pierde. Entonces será él quien comience el juego de nuevo.



Actividad 61. Caminar por las alfombras

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar el sentido del respeto hacia el trabajo de los demás.
- Tener en cuenta la presencia de otros alumnos y alumnas en la clase.
- Adaptar su caminar a las dificultades de un recorrido.
- Trazarse un camino en un lugar lleno de obstáculos.
- Seguir un camino sin pisar unos límites.
- Utilizar en contexto las expresiones: «entre», «al borde de», «alrededor de».

Desarrollo

La actividad puede tener lugar en la sala de juegos, si se tienen alfombritas individuales para los ejercicios físicos, o en el aula si se tiene la costumbre de trabajar en el suelo en alfombritas individuales que delimitan los espacios personales. Si los niños tienen que desplazarse de un lugar a otro de la sala, hay que dar la vuelta alrededor de la alfombra en lugar de pasar por encima de ella. Para no molestar al compañero que está trabajando, tienen que tener especial cuidado en no caminar por las esquinas de la alfombra.

Actividades rituales



Actividad 62. Rimas y canciones sobre el vocabulario espacial
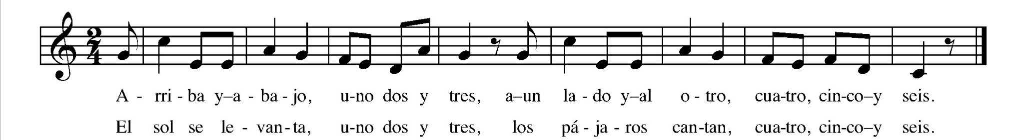
Objetivos pedagógicos

- Crear una interacción vocal y corporal, verbal y musical.
- Estimular y hacer un seguimiento de los progresos en la percepción espacial.
- Desarrollar el esquema corporal.
- Transmitir un patrimonio que las familias no siempre aportan hoy en día.
- Utilizar en contexto el vocabulario relacionado con la espacialización.

Desarrollo

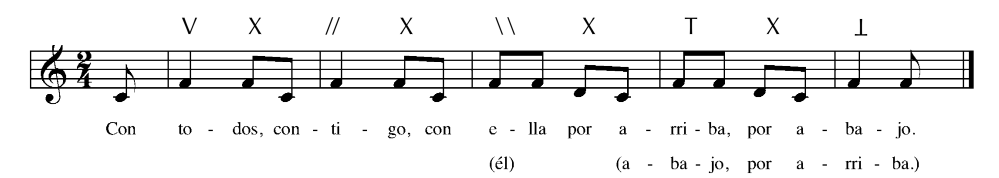
Al contrario que con los cantos mimados que tienen que ver con actividades motrices globales y que, por tanto, ponen en juego todo el cuerpo, algunas rimas y canciones sobre el

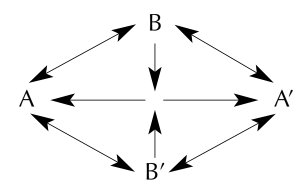
vocabulario espacial sólo requieren movimientos de las manos siguiendo la letra, y se pueden hacer sentados en el suelo o en una silla. Sin embargo, para algunas canciones, es preferible estar de pie.



Los niños están de pie, con los brazos a ambos lados del cuerpo. Los brazos acompañan las posiciones indicadas por el texto de la canción: «arriba», levantan los brazos en vertical; «abajo», bajan los brazos a ambos lados del cuerpo; «a un lado», llevan ambos brazos a un lado del cuerpo; «al otro», llevan ambos brazos al otro lado. En la segunda estrofa dramatizan el texto de la canción: «el sol se levanta», levantan los brazos dibujando un círculo; «los pájaros cantan», mueven los dedos de las manos.

El repertorio infantil posee otras muchas rimas y canciones sobre la oposición «arriba», «abajo» (por ejemplo: «Yo con todos»).





Se juega en grupos de cuatro integrantes (dos parejas enfrentadas en diagonal).

X Palmas

V Palmas con los compañeros que están a ambos lados.

// Las dos palmas contra las del compañero de la derecha.

\\ Las dos palmas contra las del compañero de la izquierda.

T Las dos palmas contra las del compañero de enfrente, por arriba.

⊥ Las dos palmas contra las del compañero de enfrente, por abajo.

(Para no chocar, cuando A y A′ dan palmas por arriba, B y B′ dan palmas por abajo.)

Actividades de grupo



ACTIVIDAD 63. ÉSTOS SON MIS VECINOS

Objetivos pedagógicos

- Memorizar el nombre de los demás.
- Decir el nombre de los/las que están a su lado.
- Ser consciente de la posición respectiva de dos personas.
- Utilizar en contexto las expresiones: «a mi derecha», «a mi izquierda».

Desarrollo

Los niños y el adulto están sentados todos juntos en sillas que forman una línea continua ligeramente curva (por ejemplo, un único banco, o dos bancos muy juntos uno del otro). El adulto empieza: «Éstos son mis vecinos: a mi derecha, está [nombre del alumno], y a mi izquierda, [ídem]». A continuación, un alumno distinto de los que se acaban de nombrar dice el nombre de sus vecinos.

Se trata de una actividad por impregnación a largo plazo, que se sigue haciendo con los de 3-4 años o incluso más tarde. Con los niños de 2-3 años, todavía es muy pronto para trabajar la reciprocidad: «Si A está a la derecha de B, B está a la izquierda de A». Por eso se le da la palabra a un niño al que no ha nombrado el que acaba de hablar.



ACTIVIDAD 64. A MI LADO HAY

Objetivos pedagógicos

- Memorizar el nombre de los compañeros.
- Observar las posiciones respectivas de los objetos y de las personas.
- Utilizar en contexto las expresiones: «al lado de», «a mi derecha», «a mi izquierda», «encima», «debajo», «delante», «detrás», «cerca de», «entre».

Desarrollo

En el momento de poner en grupo a los alumnos, colocamos varios objetos en distintos lugares del rincón de reunión. Decirles según van llegando que se coloquen al lado de uno u otro

de esos objetos. Cuando hay cuatro o cinco que ya se han colocado, hacerles decir al lado de qué (y/o de quién) están.



Actividad 65. Reconocer su colgador

Objetivos pedagógicos

- Fomentar hábitos de higiene y de orden.
- Desarrollar la autonomía.
- Crear una disposición de cuidado hacia la ropa.
- Utilizar indicadores espaciales y/o el reconocimiento de su propia imagen para saber dónde colgar el abrigo.

Desarrollo

La identificación del colgador, sobre todo si se hace en parte con la ayuda de los adultos (acompañando al niño a la escuela y empleando tiempo para ayudarlos a quitarse el abrigo y a ir a su sitio), es más fácil si la etiqueta lleva el nombre y la fotografía. El contacto repetido con esas informaciones contribuye a que el alumno identifique diversas pistas, tanto en el ámbito espacial como en lo que se refiere a la escritura.



Actividad 66. Limpiarse la nariz

Objetivos pedagógicos

- Fomentar hábitos de higiene.
- Aumentar la autonomía.
- Desarrollar el esquema corporal.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «encima», «a la derecha», «a la izquierda», «debajo», «alrededor de».

Desarrollo

Dado que los pañuelos de tela cuya limpieza se controla cada día parece que han desaparecido del armario en la mayoría de las familias, se tiene que prever en cada clase pañuelos

desechables. Hay que aprender igualmente los gestos apropiados para limpiarse la nariz: desplegar el pañuelo, colocarlo sobre la cara cubriendo por completo la nariz y la boca, mantenerlo sobre la nariz con el pulgar y el índice. Apretar una fosa nasal con uno de los dos dedos, soplar para despejar la otra fosa nasal. Hacer la misma operación para limpiar la otra parte. Juntar los dos dedos alejándolos un poco de la cara al tiempo que quitas el pañuelo y lo doblas sobre lo que ha salido de la nariz. Limpiar debajo de la nariz con una esquina seca del pañuelo. Volver a doblarlo y echarlo en un recipiente adecuado. Lavarse las manos.

Notas:

- La descripción anterior tiene sólo como objetivo ayudar al docente a verbalizar la maniobra cuando los movimientos del niño o la niña son ineficaces y cuando no basta con una demostración para mejorarlos.
- Es aconsejable que después de utilizarlos, no se tiren los pañuelos a la papelera, sino que la clase disponga de un cubo de basura con tapa (los del aseo, con tapa que se levanta mediante un pedal, o con una tapa vaivén, son particularmente apropiados), en el que cada mañana se pone una bolsa de la basura que se quita al final de las clases.



ACTIVIDAD 67. PONERSE O QUITARSE UNA PRENDA DE VESTIR CON MANGAS, ABIERTA POR DELANTE

Objetivos pedagógicos

- Fomentar hábitos de higiene y de orden.
- Aumentar la autonomía.
- Desarrollar el esquema corporal.
- Crear una actitud de cuidado hacia la ropa.
- Distinguir el interior y el exterior de una prenda de vestir y saber darle la vuelta a las mangas si es necesario.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «alto», «bajo», «interior», «exterior», «abierto», «cerrado», «delante», «detrás» y las piezas descriptivas de la ropa («manga», «cuello»...).

Desarrollo

Esta actividad puede realizarse varias veces durante el día cuando el tiempo empieza a refrescar, pero puede hacerse también utilizando un baúl de disfraces. Tiene lugar también en el rincón muñecas, pero de una manera diferente, ya que se trata de un trabajo en microespacio, mientras que vestirse tiene que ver con el mesoespacio.

Ponerse solo el abrigo es una actividad complicada, y hay que animar a los alumnos a que se ayuden entre ellos (aprendizaje de las buenas maneras para ayudar a los compañeros a ponerse el abrigo). Se les puede decir que pongan el abrigo encima de una silla o de una mesa, con la parte de la espalda (exterior) contra el mueble, el cuello levantado y las dos partes que abren hacia el exterior dobladas a cada lado: luego tienen que ponerse frente al abrigo y girarse un poco hacia un lado. Sujetando el abrigo por el cuello (utilizar sólo una mano, la que está más lejos del abrigo), colocar la sisa a la altura del codo del brazo libre; cerrar la mano libre e introducir el puño cerrado y el brazo por la manga, llevar el abrigo hacia arriba hasta el hombro y luego por la espalda, sin dejar de sujetarlo por el cuello; soltar el cuello, cerrar entonces esta mano y, pasando el brazo libre por detrás del cuerpo, buscar la otra sisa e introducir el brazo por la otra manga. Poner bien el abrigo sobre los hombros y abotonar las dos partes de delante.

Para quitarse el abrigo: desabrochar la parte delantera y abrirla a ambos lados del cuerpo; separar un poco los hombros levantando el cuello y echándolo hacia atrás, sujetar con la mano izquierda (o con la derecha) la parte inferior de la manga derecha (o de la izquierda) mientras se saca del todo el brazo correspondiente y hacer lo mismo con la otra mano. Cuando acaban con ese otro brazo, sujetar el abrigo por el cuello y colocarlo en el colgador (o ponerlo en una percha, cosa poco habitual en una escuela).

Hay que desechar la técnica que consiste en poner el abrigo estirado en el suelo, con el cuello cerca del niño y metérselo por la cabeza, a pesar de que en general es muy divertido para los niños y las niñas pequeños: no hay ningún adulto que lo haga y no los ayudamos a crecer proponiéndoles esta técnica. Además, les transmite de manera implícita muchos mensajes negativos: «No tiene ninguna importancia ensuciar la ropa», «no eres bastante listo para vestirte como los mayores».



ACTIVIDAD 68. MOVER UNA SILLA

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la autonomía.
- Conseguir silencio en el lugar de trabajo.
- Saber mover una silla sin hacer ruido.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «al lado de», «respaldo», «asiento», «levantar», «dejar en», «delante», «detrás».

Desarrollo

En principio, este aprendizaje puede comenzar desde los primeros días de clase, o ser el resultado de constatar que mover las sillas produce un ruido desagradable. Sobre todo en el segundo caso, se pueden hacer experimentos coordinados por el docente, proponiendo a varios alumnos y alumnas que digan una manera de hacerlo y que cada uno compruebe la eficacia de la estrategia que ha propuesto.

La forma de proceder es la siguiente: colocarse al lado de la silla, de frente, agarrar con una mano la parte delantera del asiento y con la otra el respaldo. Levantarla sin cambiarla de sitio.

No es necesario recordar que las sillas de los niños y las niñas tienen que estar adaptadas a su tamaño, y ser lo bastante ligeras para que el peso se adapte a su capacidad muscular, gran adelanto de finales del siglo XIX, tanto en Francia gracias a Pauline Kergomard, como en Italia, gracias a María Montessori.



Actividad 69. Sentarse alrededor de la mesa

Objetivos pedagógicos

- Favorecer la adquisición de la autonomía.
- Conseguir el silencio en el lugar de trabajo.
- Saber cambiar de sitio una silla sin hacer ruido.
- Adoptar una posición ergonómica para trabajar.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «encima», «debajo», «cerca de», «contra», «lejos de», «entre», «acercar», «alejar», «levantar», «dejar en».

Desarrollo

Para trabajar bien, los alumnos tienen que estar sentados correctamente; sin embargo, observamos muchas veces posturas que no pueden mantenerse durante un tiempo significativo sin provocar malestar.

Podemos distinguir tres momentos en la colocación individual alrededor de una mesa:

- Colocar la silla a la distancia correcta de la mesa para poder sentarse; el desplazamiento tiene que realizarse sin hacer ruido.
- Sentarse y colocar los dos pies entre la silla y la mesa.
- Asir el asiento con las dos manos, apoyándose en los pies, mover la silla para acercar el cuerpo a la mesa, y finalmente volver a dejar la silla en el suelo sin hacer ruido.

Para salir de la mesa, se realiza la misma serie de movimientos en sentido inverso.

Estos movimientos tienen que hacerse sin ruido. Parece más lógico y más apropiado para la adquisición precoz de la autonomía, que cada uno sea responsable de colocar su silla al final de cada actividad, mejor que prever, como encargados de clase, algunos responsables de ordenar el aula en algunos momentos clave del día.



Actividad 70. Trocear

Objetivos pedagógicos

- Aumentar la confianza en sí mismo.
- Mejorar la motricidad fina.
- Desarrollar la coordinación mano-ojo.
- Mejorar la habilidad manual.

Desarrollo

Utilizar revistas o catálogos, decirles que hagan trozos de papel de formas y tamaños variados (en función del uso previsto): trozos lo bastante grandes como para recubrir una superficie importante, trozos muy pequeños para pegar sobre una línea y tiras para representar plumas (la cola de un gallo o las plumas de un jefe indio). Se pueden poner en varios montones (o cajas) por colores.

Si un alumno no sabe cómo hacer los trozos, enseñárselo: se sujeta por arriba la hoja que se tiene que trocear, se agarra con la otra mano la hoja poniéndola cerca de la que ya está sujetando el papel y se estira (llevar la mano hacia la nariz). Trabajar primero de pie (eventualmente encima de una caja de embalar grande, que sirve de papelera), no sentados alrededor de una mesa.

Los trozos de papel se utilizan luego para hacer *collages*: rellenar superficies o reseguir líneas.



Actividad 71. Recortar

Objetivos pedagógicos

- Aumentar la confianza en uno mismo.
- Mejorar la motricidad fina.

- Desarrollar la coordinación mano-ojo.
- Aumentar la habilidad manual.

Desarrollo

Comprobar previamente que todas las tijeras de que disponen los alumnos cortan bien[63]: es imprescindible que el adulto pueda cortar sin ningún problema utilizando con la mano derecha unas tijeras para los que usan la mano derecha, y con la izquierda unas tijeras para los que son zurdos (sin importar que él mismo sea zurdo o no).

Si el niño o la niña no sabe cómo sujetar el papel que tiene que recortar o las tijeras, hay que enseñarle cómo hacerlo. Las tijeras se sujetan verticalmente con los agujeros cerca de uno mismo, por consiguiente con la punta lejos del cuerpo; se pasa el pulgar de la mano dominante por el agujero superior de las tijeras y los demás dedos de esta mano por el agujero inferior. Se separa el pulgar de los demás dedos para que las hojas de las tijeras se abran; hacer el movimiento contrario para cerrarlas. Cuando los niños dominan el principio de apertura y cierre de las tijeras, sujetan por un lado la hoja con la mano no dominante con el pulgar encima de la hoja o por delante y los demás dedos en la parte posterior. Trabajar de pie al principio (si se quiere poniendo debajo una caja de cartón de embalar que sirva de papelera) y no sentados en una silla: la hoja se mantiene en posición más o menos horizontal y los movimientos opuestos de las dos manos ayudan a que las tijeras vayan cortando el papel.

Desde el principio de esta actividad, dejar muy claro lo que se puede hacer con las tijeras y lo que no se puede hacer.

- *Fase 1*: recortar libremente trocitos de papel de una hoja. Para esta actividad puede servir perfectamente papel de colores reciclado. Guardar los trocitos con vistas a realizar un mosaico (podemos realizar para ello una selección por colores).
- *Fase 2*: recortar siguiendo líneas rectas no muy largas, si es posible con un solo corte de las tijeras (hacer flecos en los dos lados opuestos de un rectángulo como si fuera una alfombra que posteriormente decorarán en el taller de grafismo).
- *Fase 3*: recortar haciendo líneas curvas (guardarlas para decorar una hoja, por ejemplo).
- *Fase 4*: recortar siguiendo líneas rectas de una longitud para la que se necesitan varios cortes de tijera (recortar tiras para hacer un entramado...)
- *Fase 5*: recortar siguiendo un contorno complejo (fruta u otras cosas, recortadas de un catálogo o de un prospecto, para pegar en un póster, por ejemplo).

63. Tijeras que corten mal, que no son apropiadas para cortar papel, pueden utilizarse eventualmente para cortar la plastilina y así reforzar y perfeccionar el movimiento.

Material

Entre los materiales que tienen relación con el conocimiento general del espacio, recomendamos varios soportes destinados a favorecer la adquisición de la autonomía de los movimientos de la vida cotidiana, y que guardan relación con las actividades de la vida diaria de este mismo capítulo.



Actividad 72. Abrocharse

Objetivos pedagógicos

- Mejorar la precisión y la eficacia de los movimientos.
- Desarrollar la autonomía.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «por encima», «por debajo».

Desarrollo

Para practicar el abotonar la ropa –sobre todo si los adultos se encargan casi siempre de hacerlo–, los niños necesitan disponer de un material que les facilite la tarea. En las clases de 2-3 años, los ojales y los botones tienen que ser bastante grandes (tamaño de los botones de los abrigos por ejemplo). Ya se trate de ojales ribeteados (es decir con un borde de tela) o bordados (es decir con un borde de hilo) tienen que ser suficientemente amplios para que no haya que hacer fuerza al pasar el botón a través de la abertura; y no tienen que ser duros. Los botones tienen que estar cosidos sobre la tela y dejar sitio para una «presilla» de una longitud suficiente (varios milímetros, ya sea que la lleve el botón mismo, o que se haga de hilo al coserlo) y no pegado a la tela. Si utilizamos un bastidor para abrochar y desabrochar, nos vemos obligados a utilizar la expresión «arriba» y «abajo», hablando de un objeto colocado horizontalmente, cuando queremos decir respectivamente la parte que está más lejos o más cerca de nosotros mismos. Si utilizamos un cubo, una de cuyas caras es un bastidor de abrochar y desabrochar, es aconsejable, para facilitar los movimientos, que la cara de trabajo esté colocada horizontalmente, dándole la vuelta al cubo si es necesario. Si en una posición, el bastidor coincide con una forma de abotonar de derecha a izquierada y lo hacemos girar 180º, tenemos una posición que responde a una forma de abotonar de izquierda a derecha.

Poniendo en su sitio el bastidor o el cubo con los ojales cerrados, nos entrenamos primero a desabrochar y luego a abrochar.



ACTIVIDAD 73. ESPIRALES PARA ENSARTAR CUENTAS

Objetivos pedagógicos

- Flexibilizar la muñeca.
- Desarrollar los dedos que hacen pinza.
- Mejorar la precisión y la eficacia de los movimientos.
- Entrenarse a seguir visualmente un recorrido.
- Utilizar en contexto el vocabulario: «entre», «cerca de», «lejos de».

Desarrollo

El material consta de unos hilos metálicos rígidos cuyos dos extremos están encajados en una base para hacer que el conjunto sea estable, y que forman espirales más o menos complejas por las que se ensartan cuentas grandes.

- *Fase 1*: actividad libre.
- *Fase 2*: se marcan los extremos de los hilos metálicos con adhesivos pegados cerca de la base. Se hace una marca en la cuenta (por ejemplo con un trozo de lana anudado): ¿hacia qué pegatina(s) puede ir?



ACTIVIDAD 74. EL RINCÓN «MINIATURA»

Objetivos pedagógicos

- Proporcionar experiencias espaciales diversas.
- Fomentar la observación y la imitación.
- Desarrollar la imaginación.
- Fomentar la verbalización.
- Utilizar en contexto el vocabulario de la espacialización: «abajo», «arriba», «al lado de», «entre», «en el contorno de», «dentro de», «fuera de», «encima», «debajo».

Desarrollo

Se trata de utilizar, para especificar las relaciones espaciales y el vocabulario relacionado con ellas, los elementos disponibles en el aula en modelos reducidos, que permitan un trabajo en el microespacio sobre una situación que tiene que ver normalmente con el mesoespacio. Este tipo

de soporte nos da la posibilidad sobre todo de retomar las situaciones vividas en el mesoespacio en las actividades motrices globales. De esta manera podemos sacarle partido a un rincón garaje, granja, zoo o banco de hielo con un iglú, para utilizar en contexto el vocabulario espacial. El uso de materiales pedagógicos con dispositivos que hagan que unas piezas se complementen con las otras (por ejemplo, las piezas y personajes Primo de Duplo) consigue que se mantengan las posiciones relativas durante la sesión, mientras que un material liso puede moverse sin que uno se dé cuenta.



Actividad 75. Juegos de encajar con botones de prensión

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar los dedos que hacen pinza.
- Asociar formas plenas y formas vacías con el mismo contorno.
- Desarrollar el control de los movimientos (colocar las dos piezas complementarias sin forzarlas).

Desarrollo

Un juego para encajar está formado por un tablero con varios agujeros en los que se insertan piezas que se pueden mover. Se trata pues de un acoplamiento de formas: forma plena y forma vacía.

Para empezar, elegir juegos de encajar muy fáciles, con un tablero de pocos agujeros y con piezas para encajar de formas muy distintas y que tengan un botón de prensión grande para que sean fáciles de agarrar.

Podemos observar tres etapas en el aprendizaje de los encajes:

- Al principio el niño y la niña sólo tienen en cuenta las piezas móviles; juegan con ellas como si fuesen objetos pequeños, personajes o cochecitos, dejándonos creer que, desde su punto de vista, el tablero sólo tiene un interés o una utilidad para el adulto, que coloca los objetos en él cuando los ha utilizado... Si estos objetos les permiten imaginar cosas, sirven de punto de partida para crear historias mimadas.
- En una segunda fase, el tablero agujereado parece tener sentido para el niño, un sentido distinto al de ser una cubeta de ordenación: los agujeros sirven para meter en ellos las piezas que tienen el botón de prensión, y el niño y la niña intentan introducirlas en ellos sin parar. Es aconsejable poner a su disposición un material adaptado (un banco pequeño de

carpintero con agujeros que dejen pasar piezas de formas adecuadas utilizando un martillo), para que pueda satisfacer esa necesidad de inserción haciendo fuerza, y evitar que los encajes se estropeen. Por otra parte, podemos llamar la atención de los niños sobre el papel que juega el botón de prensión (levantar, volver a poner) sacando una pieza y volviéndola a poner enseguida, o quitando las piezas en un orden determinado y volviendo a ponerlas en el mismo orden. A continuación, hay que encontrar una estrategia eficaz cuando se han sacado las piezas sin haber memorizado el agujero en el que hay que volver a colocarlas. Son posibles varios sistemas: se elige una pieza y se prueba sistemáticamente en cada agujero hasta encontrar el que le corresponde; o se observa la pieza y se busca el lugar en el que va.

- Al final del aprendizaje, podemos observar que hay un breve tiempo de reflexión entre el momento en que cogen la pieza y el momento en que la ponen, sin dudar, en su agujero.

Continuar con encajes que tienen botones de prensión más finos.

Los alumnos pueden en ese momento abordar encajes multiniveles, sin botones de prensión o rompecabezas de dos o tres piezas, empezando por las que se insertan en un soporte que forma el contorno del conjunto una vez que se ha ensamblado.



Actividad 76. Rompecabezas[64]

Objetivos pedagógicos

- Trabajar las informaciones cromáticas y estereognósicas que nos da la imagen para establecer propiedades de semejanza.
- Reconocer una imagen como parte integrante de otra de mayor tamaño y complejidad.
- Emparejar forma vacía y forma plena que tienen el mismo contorno.
- Distinguir línea recta y línea curva (en el caso de los rompecabezas cuyo contorno externo es rectilíneo).
- Desarrollar el control de los movimientos (ensamblar dos piezas semejantes sin forzar).

64. El término inglés «puzzle» tiende a suplantar a la palabra francesa con la que se designaban estos materiales en el siglo XIX y principios del XX. Podemos ver que los términos utilizados remiten a actitudes muy diferentes: el francés hace referencia a la constancia que hay que tener para realizar esta actividad, mientras que el inglés insiste en la perplejidad en la que está inmerso el que la realiza.

Desarrollo

Hacer un puzle exige una capacidad de análisis preciso de los detalles de una imagen; se prepara mediante actividades previas en las que tenemos que poner sobre una imagen viñetas que representan únicamente una parte de dicha ilustración (véase más adelante, en los juegos de este capítulo: «Bingo de los detalles», página 164, actividad 80). La transición entre los encajes y los puzles se consigue mediante materiales que constan de varias (dos o tres) piezas contiguas que hay que encajar en un soporte que forma un marco para el conjunto, una vez que hemos colocado las piezas correctamente unas respecto a otras; los bordes internos del marco, que forman el agujero donde hay que encajar las piezas ensambladas, no tienen por qué ser rectilíneos: los que tienen el mismo contorno que la pieza móvil son más fáciles de hacer.

Elegir después puzles cuyos bordes exteriores sean rectilíneos: en este caso, podemos decirles que elijan las piezas que tienen dos bordes rectilíneos y que forman los ángulos del cuadro, y las que tienen un borde rectilíneo, que se colocan en los cuatro lados. Se pueden ir haciendo puzles más difíciles a medida que los niños mejoran sus competencias en motricidad fina: número de piezas, bordes internos con curvas menos marcadas y después rectilíneos.

Algunos niños y niñas transforman espontáneamente la actividad de puzle en loto de los detalles, colocando sus piezas sobre la imagen que hay que reconstruir. Algunos puzles tienen, en la base del tablero, el dibujo de los recortes de las piezas, lo que supone una ayuda para colocar las piezas unas con respecto a otras.

Es aconsejable conseguir poco a poco que reconstruyan el rompecabezas con la imagen al lado (no debajo) e incluso, al final de la clase de 2-3 años o posteriormente, sin imagen de referencia.



Actividad 77. Cubos rompecabezas

Objetivos pedagógicos

- Trabajar las informaciones cromáticas y estereognósicas que nos da una imagen para establecer propiedades de semejanza.
- Reconocer una imagen dada como parte integrante de otra de mayor tamaño y complejidad.
- Examinar las seis caras de un cubo.

Desarrollo

Los «cubos rompecabezas» son unos cubos cuyas caras presentan las partes de una ilustración. La fabricación tradicional, cuyas ilustraciones estaban hechas con papel pegado en las caras, eran en general muy frágiles ya que los niños tienden a arrancar el papel en cuanto se empieza a despegar. Las que se hacen actualmente con dibujos serigrafiados duran mucho más. Con los niños de 2-3 años, hay que ser modestos en el número de cubos que se proponen para representar la ilustración. No hay que olvidar que un cubo tiene seis caras y que un rompecabezas de cuatro cubos es mucho más complejo que un puzle de cuatro piezas, ya que los cuatro cubos nos dan veinticuatro piezas que hay que encajar, o sólo dieciséis si dos de las caras de cada cubo no llevan dibujo.

La elección de los primeros cubos rompecabezas se hace pensando en la simplicidad de las imágenes que hay que restituir. Si no disponemos de la imagen que hay que reconstruir, es imprescindible que los colores utilizados (fondo o elementos que se tienen que poner juntos) hagan posible que se reconozca la cara del cubo que hay que tener en cuenta.

Juegos



Actividad 78. Multispiel

Objetivos pedagógicos

- Utilizar un dado.
- Mover una ficha sobre una pista con casillas.
- Asociar formas.

Desarrollo

Este juego de Beleduc consta de un tablero con una pista con casillas, dieciséis figuritas (cuatro ejemplares de cuatro colores) y un dado cuyas caras forman una silueta; constituye una iniciación al juego clásico del parchís. Las casillas tienen los mismos dibujos contorneados que las caras del dado. En la regla del juego que proponemos para los niños de 2-3 años, sólo se utiliza una figurita de cada color. Cada jugador elige un color y coloca una figurita de su color en la casilla de salida correspondiente. Cuando le toca, tira el dado y mueve su figurita para colocarla en la primera casilla libre que tiene la silueta indicada por el dado. El primero que ha dado una vuelta completa gana.



ACTIVIDAD 79. BINGO MUDO CON IMÁGENES

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar los sentidos visuales (cromático y estereognósico) y perfeccionarlos.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones visuales.
- Asociar objetos que tengan una misma característica visual.
- Respetar las reglas del juego del bingo.

Desarrollo

Varias editoriales y empresas de difusión de materiales didácticos tienen en sus catálogos bingos pensados para niños y niñas de dos a tres años. La mayoría están formados por cartas con dibujos y por cartones de juego formados por conjuntos de algunas de esas cartas. Cada jugador tiene un cartón y las cartas están en una bolsa opaca. El que dirige el juego saca una carta al azar y se la enseña a todos los jugadores; el que tiene en su cartón esta imagen, pide la carta y la coloca sobre la imagen correspondiente. En algunos casos, varios cartones pueden tener la misma imagen y el primer jugador que la pide se la lleva; estos juegos de bingo no están indicados para los niños y niñas de 2-3 años, que por miedo a no ser los primeros en pedir su carta, acaban siempre por alzar la mano en cuanto aparece la carta, sin molestarse en comprobar si esta imagen figura en su tablero y esto desvirtúa totalmente el juego. El primero que ha recubierto todas las imágenes de su tablero gana.

Los primeros bingos que se proponen son aquellos cuyas cartas están muy diferenciadas, de tal manera que con una simple ojeada se pueden formar una representación mental válida para distinguir si la imagen está o no presente en su cartón individual. Más tarde se eligen bingos que exigen un análisis más complejo de las ilustraciones.



ACTIVIDAD 80. BINGO DE LOS DETALLES

Objetivos pedagógicos

- Practicar el análisis de una imagen.
- Hacer que tomen conciencia de las percepciones visuales.
- Asociar objetos con una misma característica visual.
- Respetar las reglas del juego del bingo.

Desarrollo

Este juego es muy fácil de hacer. Basta con tener dos ejemplares de distintas imágenes de formato A5 aproximadamente (15 x 21 centímetros) de una complejidad similar. Un ejemplar se pega en un cartón y se plastifica; es el que sirve como tablero de juego. En el otro ejemplar se recortan varios dibujos, que corresponden a detalles característicos de la imagen; pueden tener formas arbitrarias, si se quiere diferentes para cada dibujo. La regla es parecida a la de un clásico bingo de imágenes.

La dificultad principal consiste en llevar a cabo una eventual rotación mental de la imagen: efectivamente, si la ilustración no contiene un elemento que permita orientarse fácilmente, la pieza puede colocarse orientada de otra forma que como está en el tablero. Podemos dar al que dirige el juego la instrucción de cambiar lentamente la posición de la pieza mientras la está enseñando.

Para preparar a los niños para el juego de los puzles (véase «Material», en este capítulo, página 161, actividad 76) podemos fotocopiar en color (o escanear en color) algunos de los puzles fáciles[64] de que disponemos en el aula (o mejor el dibujo correspondiente, para evitar que se vean los contornos de las piezas: nos libramos así de la tarea aburrida de retocarlas para eliminar las líneas o sombras de contorno), y utilizar piezas del puzle como dibujos del bingo de los detalles. Cada jugador tiene así un tablero distinto del de sus compañeros, y las piezas de los distintos puzles correspondientes están todas mezcladas.



Actividad 81. Juego de las parejas

Objetivos pedagógicos

- Practicar el barrido visual del espacio.
- Asociar imágenes idénticas.
- Respetar las reglas del juego de las parejas.

Desarrollo

Los juegos de parejas son muy corrientes y se comercializan en general bajo la denominación de Memory. También es fácil fabricarlos, ya que basta con tener dibujos de la misma

64. A partir de una idea de Marie-Christine Degardin, IUFM (Instituto Universitario de Formación del Profesorado) de Valenciennes.

forma y del mismo tamaño, todas en dos ejemplares. Su utilización en los juegos de parejas deja las cartas siempre a la vista, mientras que en un Memory se les da la vuelta para ocultar las imágenes: en este caso, hay que memorizar el lugar en el que están las distintas cartas para poder formar las parejas. Un Memory exige tener competencias de orientación espacial; está más indicado para los niños y niñas de 3-4 años, o incluso mayores, que para los de 2-3 años.

Un conjunto formado por parejas de dibujos idénticos está esparcido encima de la mesa con el dibujo a la vista.

Uno tras otro, los niños tienen que encontrar, lo más rápidamente posible, dos cartas que formen una pareja: las coge y las pone a su lado en la mesa, después de que todos los jugadores han comprobado que las dos cartas son iguales. Si se ha equivocado y ha cogido dos cartas diferentes, las vuelve a dejar en su sitio y le toca jugar al siguiente.

Se puede imponer un tiempo límite para jugar: el que dirige el juego o los demás jugadores controlan el tiempo recitando una canción (por ejemplo «At-ten-tion, c'est ter-mi-né» - «Cui-da-do, se a-ca-bó»); esto hace que los niños estén activos mientras los demás jugadores están jugando, y que piensen por adelantado la pareja que quieren formar... eso si ningún jugador se la quita antes. Esto contribuye también a acelerar el ritmo del juego y, por consiguiente, a que sea más interesante para todos los jugadores, que ven cómo les llega su turno más rápidamente.

Nota: si las cartas están colocadas de manera que no se vean las imágenes, es un juego de Memory; hablamos de esto en el capítulo 5: «El conocimiento general del espacio».

Expresión escrita

Los aprendizajes relativos al conocimiento general del espacio conciernen casi exclusivamente al espacio tridimensional.

En las clases de 2-3 años, no es pertinente ningún texto escrito sobre este tema. Las representaciones en papel, que son representaciones bidimensionales del espacio tridimensional, ponen en juego procedimientos cuya comprensión no es innata, aunque algunos las descodifiquen de manera precoz: utilizarlas antes de tiempo ayuda a los alumnos a dominarlas, aunque un uso correcto en apariencia pueda inducirnos a error.

Tratamos estas convenciones en esta parte, en el capítulo 3: «Del espacio al plano».

Evaluación

Referencial de competencias

- Respetar una instrucción utilizando términos de regionalización (vocabulario: «dentro de», «fuera de», «entre», «en», «dentro de», «fuera», «fuera de») en una situación real.
- Respetar una instrucción que recurre al vocabulario de las posiciones relativas en el plano, relacionadas con puntos de referencia objetivos fijos, exteriores a uno mismo (vocabulario: «cerca de», «lejos de», «al lado de», «entre» en situación real.
- Respetar una instrucción utilizando el vocabulario de las posiciones relativas sobre una línea (vocabulario. «al final de», –o «al cabo de»–, «entre») en situación real.
- Respetar una instrucción utilizando el vocabulario espacial referido a la verticalidad, sobre puntos de referencia objetivos fijos, exteriores a uno mismo («arriba», «abajo», «en/encima», «debajo», «por encima de», «por debajo de», «debajo de») en situación real.
- Respetar una instrucción utilizando el vocabulario de la localización respecto a uno mismo («delante», «detrás»).
- Seguir un recorrido dirigido o no, en el espacio conocido o sobre unas líneas.

En las clases de 2-3 años, para la mayoría de los niños y niñas, las competencias de utilización correcta (en emisión) del vocabulario espacial, sólo pueden estar en sus inicios: controlarlas por completo no se logrará hasta años más tarde.

Modalidades de evaluación

La autonomía del alumno en sus desplazamientos o para ir a buscar uno u otro material es una señal fiable de que comprende los indicadores verbales de localización en el espacio, si tenemos la precaución de comprobar que lo consigue, sobre todo si los objetos no están en su sitio habitual.

6
La geometría en el espacio

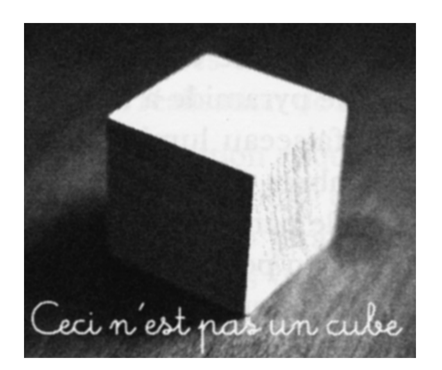
Puntos de referencia matemáticos

¿Qué es la geometría?

Decir que la geometría es la ciencia de las formas, y que la geometría en el espacio es el estudio de las formas tridimensionales (que tienen longitud, anchura y altura), no plantea habitualmente ninguna objeción. Queda por saber si estamos de acuerdo con el significado que le damos a los términos que utilizamos. «Ciencia» y «estudio» son ambiguos y «forma» lo es aún más. Está claro que, aunque que la geometría es considerada como una traducción, como una modelización de la realidad inmediata, no estudia los objetos materiales.

La semejanza de estas dos ilustraciones ayuda a precisar lo que es un objeto geométrico y a dar significado a lo que en geometría designamos normalmente «figura». Efectivamente, los soportes materiales utilizados para aclarar los términos geométricos no son los objetos del estudio: son sólo representaciones. Las propiedades de las figuras no se establecen mediante la observación de los objetos materiales: la geometría no es una ciencia experimental. Una figura es en esencia inmaterial, abstracta. Durante mucho tiempo se ha dicho en los manuales de geo-

Esto no es un cubo



Esto no es una pipa



Fuente: Magritte R., *La Trahison des images (CECI n'est pas une pipe)*, 1928/1929, óleo sobre lienzo, Los Angeles County Museum of Art. ADAGP, 2005.

metría, y se ha hecho copiar en los cuadernos en los primeros cursos de enseñanza secundaria: «Un punto geométrico no tiene dimensión». Por desgracia, no se ha sacado ninguna conclusión de esta afirmación que permita comprender su importancia. Decir que un punto geométrico no tiene dimensión es exactamente afirmar que no tiene materia. Porque un objeto material (incluyendo un punto muy fino hecho con la punta muy afilada de un lapicero) está formado por átomos y tiene por consiguiente una dimensión, pequeña quizás, pero no nula. Por consiguiente, una figura –que es una serie de puntos– sería también inmaterial.

Distintas geometrías

Si consideramos que la geometría es una modelización de la realidad sensible inmediata, podemos adoptar varios puntos de vista, especialmente según lo que queramos considerar como equivalente.

La topología, desarrollada a partir del siglo XIX, estudia las propiedades de los objetos geométricos que no varían por deformaciones continuas; trata de la conservación de las propiedades de proximidad. Desde un punto de vista intuitivo, buscamos lo que no se modifica aunque doblemos, estiremos o comprimamos el objeto, que es supuestamente tan deformable como se quiera (hecho por ejemplo con plastilina), sin agujerearlo, romperlo ni pegar un trozo encima (es decir, conservando la integridad de su superficie).

La geometría proyectiva es el estudio de las constantes mediante proyección cónica. Aunque sea la más corriente de nuestra experiencia sensible, es una geometría que no tenemos mucho en cuenta, ya que nos han condicionado en gran medida para memorizar otras propiedades. Desde el punto de vista proyectivo, un cubo, un paralelepípedo (recto u oblicuo) y un tronco de pirámide de base cuadrada son cuerpos geométricos equivalentes: utilizando el haz luminoso de una linterna, se pueden obtener las mismas sombras a partir de uno u otro de estos cuerpos geométricos. En geometría proyectiva, el paralelismo no tiene sentido: dos rectas de un mismo plano tienen siempre un punto en común, eventualmente en el infinito (es lo que nuestro ojo percibe cuando observa las vías rectilíneas del tren a lo lejos).

La geometría afín es el estudio de las constantes por afinidad o por proyección paralela. El paralelismo y las relaciones entre distancias tienen que ver con la geometría afín. De los tres hexaedros de los que habíamos hablado en el párrafo anterior, el cubo y el paralelepípedo (recto u oblicuo) son equivalentes desde el punto de vista de la afinidad, pero no sucede lo mismo con el tronco de pirámide de base cuadrada: algunas de sus caras tienen lados que no son paralelos.

La geometría euclidiana es el estudio de las constantes por similitud: se conservan todas las propiedades constantes mediante transformaciones afines, así como los ángulos y las relaciones de distancia. En geometría euclidiana, hay sólo un cubo y una única esfera (el tamaño no interviene). Pero el cubo y un paralelepípedo recto cuyas aristas no tienen todas la misma dimensión, no son equivalentes, mientras que sí lo son en geometría afín.

La geometría métrica es aquella en que la equivalencia tiene que respetar la distancia: es la geometría que estamos acostumbrados a considerar como la más natural, aunque no tenga nada de innato y aunque no siempre sea fácil de entender. Una figura permanece estable a pesar de un cambio de posición (traslación) o de orientación (rotación), o a pesar de una simetría. El espacio que toma como modelo es un universo depurado de su materialidad: el color, la materia le son extrañas, es homogéneo (ningún punto tiene un papel destacado) e isótropo (no destaca ninguna dirección, lo que no sucede en nuestro mundo sensible, donde la fuerza de la gravedad da a la vertical un rango muy diferente al de las otras direcciones; no se ejerce ninguna fuerza (en el sentido físico del término).

Distintos tipos de representaciones tridimensionales de figuras tridimensionales

Las representaciones materiales de cuerpos geométricos pueden destacar de manera más o menos clara algunos aspectos de este objeto geométrico:

- Una representación plena (ejemplos: tapón de corcho, taco de madera, canica) da una idea global de la figura. La plastilina y la pasta de sal sirven para realizar este tipo de representación.
- Una representación «epidermis» o «envoltura» muestra varias caras de ese cuerpo; dichas caras pueden ser planas (envoltorio de Toblerone, caja de Aspegic) o curvas (tubo de aspirinas, pelota de ping-pong). Caras eclipsables, que se pueden utilizar con los mayores, ayudan a realizar figuras geométricas de este tipo.
- Una representación «esqueleto» materializa las aristas (rectas / rectilíneas o curvas / curvilíneas): se encuentran representaciones de este tipo en los distintos «juegos infantiles de trepar» (redes, tubos, etc.). Palos de brochetas de madera, cerillas o palillos que se introducen en bolas de cotillón, pero también unas espigas que se unen con hilos pasados por unas hembrillas adecuadas para construir esas representaciones de los cuerpos geométricos.
- Para terminar, en una representación «puntos», solamente están materializados los vértices. La ejecución efectiva de esa representación de un cuerpo geométrico necesita el uso de trucos técnicos (hilos transparentes que mantengan los «vértices» en un lugar adecuado dentro de una vitrina, por ejemplo); encontramos a nivel molecular este tipo de estructuras en los cristales: las moléculas son los vértices de cuerpos geométricos regulares (ninguna materia une esos puntos y no hay nada que materialice caras y aristas en especial); se mantienen a distancias fijas gracias a los enlaces electromagnéticos.

En las clases con niños y niñas de 2-3 años se utilizan sobre todo soportes que constituyan representaciones plenas, o también representaciones «envoltura» cuyas caras están unidas, lo que prácticamente nos proporciona las mismas informaciones.

Las figuras de la geometría en el espacio: nomenclatura de algunos cuerpos simples y medios elementales de caracterizarlos

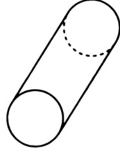
Las informaciones contenidas en este párrafo van dirigidas a los docentes, muchos de los cuales han recibido a lo largo de su escolaridad una enseñanza muy restringida sobre este tema.

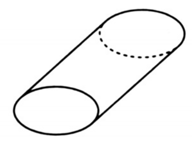
Los diferentes tipos de generaciones geométricas que señalamos no constituyen una clasificación.

Cuerpos geométricos formados por rectas

1 Rectas paralelas que describen una curva cerrada (a la que llamamos directriz):

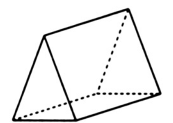
- Cilindros (ejemplos: caja de Caprice des Dieux, Coeur de Neufchâtel, rollo de papel higiénico, mango de escoba, caja de quesitos camembert. Los tres últimos son ejemplos de cilindros de revolución).

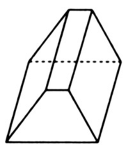


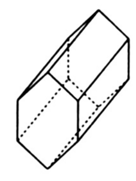


Un cilindro material tiene tres caras: dos caras planas con bordes curvos, superponibles (es decir, de la misma forma y tamaño), que se denominan bases del cilindro, y una cara curvada sobre la que se puede unir, en una dirección determinada, un segmento de recta. Sea cual sea el lugar donde coloquemos esa cara curvada, el segmento mantiene una longitud constante.

- Prismas –la curva directriz es un polígono– (ejemplos: caja de Toblerone).

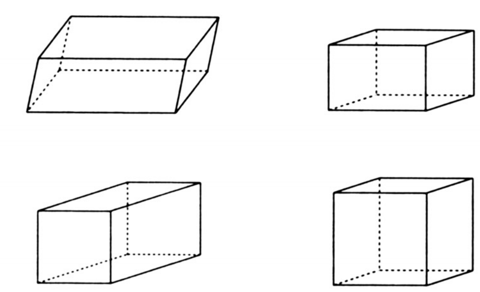






Un prisma tiene todas las caras planas (es un poliedro). Estas caras pueden ser de dos tipos: dos caras son polígonos de *n* lados, superponibles; el resto de las *n* caras son paralelogramos (caso general) o rectángulos (prismas rectos) con una dimensión común.

El paralelepípedo es un prisma cuya base es un paralelogramo (cuando todas las caras laterales son rectángulos, es un paralelepípedo regular). El cubo es un paralelepípedo (por tanto un prisma) particular.

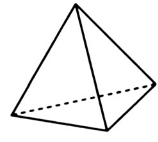
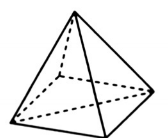
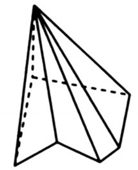


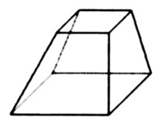
2 Rectas que pasan por un punto fijo, el vértice, y describen una curva cerrada (la directriz):

- Conos (ejemplos: el «cucurucho» de un helado, un capirote en forma de «gorro de hada»).



- Pirámides –la curva directriz es un polígono–.

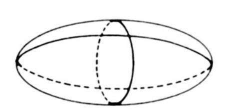
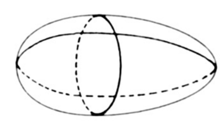
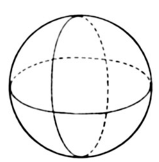
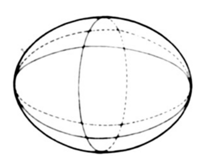


Una pirámide tiene todas sus caras planas, es un poliedro. Esas caras son de dos tipos: una es un polígono de *n* lados; el resto de las *n* caras son triángulos.

Si cortamos una pirámide paralelamente a su base, obtenemos una pirámide más pequeña y un tronco de pirámide (pirámide truncada).

Cuerpos geométricos formados por una curva alrededor de un eje (cuerpo geométrico de revolución)

Ejemplos: esfera y bola (véase en la p. 178, «Aspectos relativos al lenguaje»), huevo, elipsoide…

Si la curva es un rectángulo uno de cuyos lados coincide con el eje de rotación, el cuerpo geométrico formado es un cilindro geométrico de revolución. Si la curva es un triángulo rectángulo y uno de sus ángulos rectos coincide con el eje de rotación, el cuerpo geométrico formado es un cono de revolución. Todos los objetos obtenidos mediante rotación son representaciones materiales de cuerpos geométricos de revolución.

Cuerpos que tienen sólo caras planas: poliedros

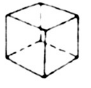
1 Las caras son polígonos regulares, todos idénticos (poliedros regulares o cuerpo geométricos platónicos):



tetraedro
(4 triángulos equiláteros)



octaedro
(8 triángulos equiláteros)



cubo
(6 cuadrados)



Icosaedro
(20 triángulos equiláteros)



dodecaedro
(12 pentágonos)

2 Las caras son polígonos regulares de varios tipos (poliedros semirregulares).
3 Las caras son polígonos cualesquiera: ya vimos en los cuerpos geométricos formados por rectas ejemplos de estos poliedros (prismas y pirámides); hay otros poliedros que no entran en ninguna de las categorías precedentes.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Elaboración de los conceptos

En educación infantil, la finalidad del aprendizaje de la geometría no es por supuesto construir una exposición racional y lógicamente articulada de los conocimientos en este terreno. Al contrario de lo que pueden hacernos creer la mayor parte de los libros de texto, tanto en primaria como en secundaria, en la geometría del espacio, más aún que en geometría plana, no basta con observar para comprender, ni tampoco basta con ver para saber: actuando con los objetos, durante su manipulación, el niño y la niña van a establecer progresivamente comparaciones y a tomar conciencia de las semejanzas y de las diferencias. Partiendo de la observación de los objetos de uso corriente con formas relativamente simples, el niño y la niña podrán progresivamente extraer las propiedades esenciales –hasta imaginar el cuerpo geométrico correspondiente– y aislarlas de las propiedades en cierto sentido «parásitas», relacionadas con la materia con la que está fabricado el objeto: el aprendizaje va del espacio tridimensional a la geometría plana, que exige una mayor capacidad de abstracción.

Actividades que se pueden llevar a cabo

A partir de 1985, los textos oficiales han dejado claro el interés de un sistema que va del espacio al plano y no a la inversa, y han descrito los tipos de actividades que pueden ayudar a una asimilación efectiva de los conocimientos geométricos en las clases de educación infantil: reconocimiento, reproducción, descripción,

construcción y representación; las tres últimas actividades se pueden tratar como muy pronto al final de la educación infantil.

- *Observación*: tenemos uno o varios objetos geométricos, mostrados mediante una representación material, visible y eventualmente manipulable, en uno o varios ejemplares; se trata de discernir, de manera no verbal casi siempre, las semejanzas y diferencias entre estos objetos. Sólo hay actividad de observación, desde el punto de vista de la geometría, si hay que poner de relieve, aunque sea implícitamente, una o varias propiedades geométricas que, cuando tengan más edad, los niños y niñas podrían nombrar con palabras. Los soportes elegidos tienen que ser lo suficientemente semejantes como para realizar una discriminación precisa.
  Nota: la asociación (y también la selección y la clasificación) es del ámbito de la observación.
- *Reproducción*: tenemos un objeto geométrico, mostrado mediante una representación material, o al menos visible, y eventualmente manipulable; este objeto sirve de modelo que hay que copiar. Se trata por tanto de analizar, aunque sea implícitamente, las propiedades de la figura modelo para volverlas a utilizar en la copia: de ninguna manera pedimos que se tenga sólo en cuenta el aspecto global de la forma. La respuesta es una reproducción plástica (o gráfica si se trata de figuras planas), utilizando materiales adaptados a las características de la representación material elegida.
- *Descripción*: tenemos un objeto geométrico, mostrado mediante una representación material, o al menos visible, y eventualmente manipulable; tenemos que explicar, utilizando un vocabulario específico, sus propiedades esenciales. Se trata de verbalizar datos de naturaleza geométrica, no de formular una descripción literaria de un objeto material.
- *Construcción*: disponemos de la descripción o la representación de un objeto geométrico, pero no un modelos material de dicho objeto (o bien, en educación infantil, se ha visto anteriormente el modelo, pero no está presente en el momento de la actividad); hay que construir una realización material. Esta construcción exige haber pasado por una representación mental[66] del objeto geométrico en cuestión.

66. Insistamos en que una representación mental no es necesariamente el resultado de una evocación visual; puede ser verbal o, especialmente en el caso de la geometría en el espacio, kinestésica.

- *Representación*: tenemos un objeto geométrico, un ejemplar material, manipulable o sólo visible, o bien presentado mediante una descripción (parece que esto último está muy por encima de las posibilidades de los alumnos incluso en las clases de primaria); se trata de utilizar procedimientos tradicionales para trasladar un número determinado de propiedades. Siempre nos sentimos obligados a dejar de lado algunas de ellas porque no todas pueden ser representadas a la vez. Importante: las definiciones no son un objetivo en la enseñanza básica, menos aún en educación infantil.

Aspectos relativos al lenguaje

El nombre asignado a una figura geométrica no hace normalmente referencia al tipo de representación que se puede dar de dicha figura. Por ejemplo, el término «cubo» designa tanto el conjunto de sus ocho vértices como sus caras o los puntos situados en su interior. No existe incorrección ni ambigüedad en los enunciados siguientes: «Sea ABCDEFGH un cubo, P un punto de la arista [AB], I el centro de la cara ABCD, O el centro del cubo».

Es evidente que P, I (punto de intersección de las diagonales [AC] y [BD] de la cara ABCD) y O (punto común a los segmentos [AG], [BH], [CE] y [DF] son puntos del cubo, de la misma manera que los vértices A, B, C, D, E y F. Sin embargo, una figura se singulariza y se designa con dos nombres diferentes, dependiendo de que tengamos en cuenta la figura formada por su parte externa o que tengamos también en cuenta sus puntos internos: decimos «esfera» en el primer caso y «bola» en el segundo. Una pelota de ping pong es la representación material de una esfera, mientras que una canica o un cerdito de madera son representaciones materiales de bolas. En educación infantil podemos aceptar casi siempre el término «bola». Pero el único adjetivo técnico de la lengua para describir esta forma es «esférico».

Los términos «aro», «anillo» o «redondel» en la lengua corriente, tienen dos usos distintos que hacen referencia a la geometría:

- Como nombres, estos términos[67], nos remiten a la geometría en el espacio (moldura «con aro», en el que «aro» tiene el significado de «cilindro de re-

67. N. de la T.: en francés estos tres sustantivos corresponden al término «rond», que funciona como sustantivo y como adjetivo.

volución», el aro de un servilletero), o más corrientemente a la geometría plana (hacer círculos en el agua, «anillos de hadas» formados por las setas, pero también círculos de luz).

- Como adjetivo se opone a angular, y define tanto objetos considerados en su aspecto tridimensional (una cara redonda, un sombrero redondo) como elementos que se pueden considerar figuras planas: una ventana redonda (ojo de buey), una mesa redonda. Puede también hacer alusión a la regularidad de la figura de referencia: una pelota redonda por oposición a una pelota ovalada.

Constatamos pues que lo que es redondo puede serlo de distintas formas. En este capítulo nos limitamos a las situaciones que tienen que ver con la geometría en el espacio. Una canica o una pompa de jabón son redondas: la figura geométrica a la que hacen referencia es una bola o una esfera. Un tapón, el mango de una escoba o un taco son igualmente redondos, pero no de la misma manera: en este caso hablamos de «cilindro». Una anilla de madera de una cortina es redonda por partida doble, pero de otra manera distinta a las que acabamos de describir: por una parte, porque rodea la barra alrededor de la que pasa; por otra, porque en cada parte de esta anilla, la madera está regularmente lisa y si la cortamos, el corte es también redondo. Llamamos «toro» a un cuerpo geométrico de este tipo; muy pocas veces lo utilizamos en educación infantil. Cuando los alumnos y las alumnas son conscientes de estas diferencias y sienten la necesidad de hablar de ello, es preferible utilizar estos términos específicos en lugar de emplear perífrasis o una expresión pobre. Un huevo también es redondo, pero menos regular que una bola; el cuerpo geométrico correspondiente es un ovoide si, igual que el huevo, es «ancho» por un extremo y «estrecho» por el otro; es un elipsoide si es simétrico y si, cortado en dos partes idénticas, las secciones que obtenemos son discos o elipses.

Muchas veces, en el momento de poner los objetos en su sitio, el maestro o la maestra tienen la oportunidad de utilizar en situación funcional los términos que designan las diferentes formas geométricas. Si se piensa que sólo resulta eficaz ordenar los objetos del rincón «construcciones» al final de las clases, se puede simplemente señalar con el dedo los distintos objetos que están esparcidos y la cubeta en el que tienen que estar guardados; es evidente que no se pierde nada en eficacia, pero que se enriquece considerablemente el bagaje lingüístico del alum-

no y de la alumna si se sustituye la mímica por una expresión como: «queda un cilindro amarillo debajo del banco y un paralelepípedo cuadrado rojo al lado de la silla: por favor, ponlos en la cubeta».

Variables didácticas

El tipo de espacio en el que se proponen las actividades tiene una influencia notable sobre las estrategias adoptadas para resolver un mismo problema. Hay que tener en cuenta tres tipos de espacios:

- El macroespacio, en el cual las dimensiones de los objetos geométricos considerados son grandes en comparación con el cuerpo humano. Por ejemplo, ¿qué procedimientos puede aplicar un adulto para estar seguro de que un inmueble es cúbico? La vista no nos permite afirmar que las caras laterales opuestas sean paralelas; ¿qué herramientas pueden ser adecuadas para verificar si las caras son perpendiculares? Son contadas las actividades que podemos proponer sobre macroespacio en educación infantil.
- El mesoespacio, donde las dimensiones tienen la misma escala de magnitudes que el ser humano. En este espacio, a veces son posibles las manipulaciones, lo que nos permite entonces comenzar a definir algunas propiedades. Las actividades motrices globales tienen que ver en general con el mesoespacio: por ejemplo, con grandes bloques utilizados normalmente para las actividades motrices, podemos reconocer un cubo (de aproximadamente un metro de arista), poniéndolo al lado de otro de apariencia similar y cambiándolo varias veces de orientación con respecto al segundo para comparar las longitudes de las aristas y que sus caras son ortogonales.
- El microespacio, en el que las dimensiones son pequeñas comparadas con la medida del cuerpo humano. Las actividades de geometría propuestas en el marco escolar, tienen lugar normalmente en el micro-espacio. Aquí también las manipulaciones nos permiten constatar experimentalmente algunas propiedades geométricas.

Las actividades de reconocimiento son más o menos accesibles en función de distintas variables:

- El o los sentidos que se trabajan (véase el capítulo sobre las asociaciones, p. 59)
- Las características específicas de los distintos cuerpos geométricos: si cada cuerpo presenta una característica que no se encuentra en ningún otro elemento del conjunto, es más fácil distinguirlo. Por ejemplo, una actividad de asociación que comporta cinco pares de cuerpo geométricos formados cada uno por objetos rigurosamente idénticos (la misma forma, el mismo tamaño, la misma materia, el mismo color, la misma masa) es más fácil de realizar si los cuerpos son una bola, un cilindro, un cubo, un tetraedro y un cono que si se les da un cubo, un paralelepípedo recto, un paralelepípedo oblicuo, un prisma de base triangular y un tronco de pirámide cuya base es un cuadrado.
- Los tamaños respectivos de los cuerpos: cuando la dimensión global de los cuerpos varía muy claramente de uno a otro, la asociación se vuelve más fácil.
- El número de cuerpos geométricos diferentes en los que se apoya la actividad.
- La ausencia o, al contrario la presencia y el número de propiedades no esenciales. Por ejemplo si los dos elementos del par no tienen el mismo color, o la misma masa, o las mismas dimensiones; o si se dan simultáneamente varias de esas diferencias, el trabajo de asociación resulta más difícil.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividad motriz global



ACTIVIDAD 82. CUERPOS GEOMÉTRICOS GIGANTES

Objetivos pedagógicos

- Distinguir diferentes cuerpos geométricos en el mesoespacio.
- Formarse un primer bagaje de conocimientos relativos a los cuerpos geométricos más comunes.
- Utilizar en situación el vocabulario relativo a los cuerpos geométricos usuales.

Desarrollo

Muchas editoriales de material didáctico comercializan módulos de gran tamaño (con lados de varios decímetros) para las aulas de psicomotricidad, bajo la forma de cuerpos geométricos comunes: prismas con bases diferentes (cuadrados y cubos, entre otros), cilindros…

- *Fase 1*: exploración libre. Los alumnos tienen la oportunidad de llevar a cabo una observación global y una primera toma de informaciones, dando vueltas alrededor, subiéndose a ellos...
- *Fase 2*: actividad de asociación. Los módulos se han colocado previamente y de forma voluntaria en distinto orden, y se tienen que poner al lado unos de otros los que son idénticos: los alumnos y las alumnas necesitarán darles una y otra vez la vuelta para colocarlos de manera que se puedan ver mejor sus semejanzas. Llegado el caso, puede ser el momento de hacer que se den cuenta de que el color es una propiedad independiente de la forma, y que el color no es una característica esencial de un cuerpo geométrico.
- *Fase 3*: construcción de una torre (que podrá servir después de modelo para una actividad de reproducción posterior). Es el momento adecuado para percibir algunas propiedades, por ejemplo: cara plana, cara irregular (equilibrio inestable), forma de las caras…
- *Fase 4*: reproducción de una torre. Los alumnos y las alumnas pueden sentir la necesidad de ponerse de acuerdo, o incluso de interesarse por denominar los distintos módulos.

Las dos primeras fases pueden proponerse a partir del primer trimestre, la tercera y la cuarta se pueden prever para los trimestres siguientes.

Actividad ritual



Actividad 83. El cuerpo geométrico misterioso

Objetivos pedagógicos

- Ejercitar el sentido del tacto y perfeccionarlo.
- Asociar percepciones táctiles y percepciones visuales.
- Distinguir diferentes cuerpos geométricos en el microespacio.

Desarrollo

Formamos dos conjuntos idénticos de cuerpos geométricos: colocamos uno de ellos en la caja táctil y el otro, cerca y bien visible. Un voluntario o una voluntaria viene a practicar

un emparejamiento mixto visual.-táctil: escoge al tacto un cuerpo geométrico de la caja y, antes de sacarlo, señala de entre el conjunto visible el cuerpo geométrico que él o ella ha elegido al tacto. Cuando ha emparejado dos ejemplares del mismo cuerpo geométrico y cuando el grupo ha dado por bueno el emparejamiento, quizás se puede señalar el nombre de ese cuerpo.

Sólo podemos obtener buenos resultados en esta actividad, que pone en juego dos canales de percepción diferentes (el tacto y la vista), si se tiene una representación mental de los cuerpos geométricos: puede servir de herramienta para la evaluación. La actividad es cada vez más fácil si no se vuelven a poner los cuerpos geométricos emparejados en la caja táctil.

Actividades de grupo



Actividad 84. Dictado mudo de cuerpos geométricos

Objetivos pedagógicos

- Comparar cuerpos geométricos, cualquiera que sea su orientación.
- Reconocer en el microespacio algunos cuerpos geométricos habituales.
- Elaborar representaciones mentales de los cuerpos geométricos.
- Utilizar en situación el nombre de los cuerpos geométricos habituales.

Desarrollo

El docente y todos los alumnos que están en el rincón de grupo tienen a su disposición conjuntos idénticos de cuerpos geométricos. El docente elige un cuerpo y se lo muestra a los alumnos y a las alumnas, dándole vueltas con los dedos para que varíe el punto de vista de los alumnos y que puedan verlo en diversas orientaciones. Cada alumno o alumna señala el cuerpo geométrico de su conjunto que es idéntico. Llevar a cabo una discusión dentro del grupo si un alumno o una alumna muestra un cuerpo no idéntico al propuesto por el maestro o la maestra, para poner de relieve, aunque sea sólo gestualmente, una propiedad distinta de los dos cuerpos.

Si en clases anteriores han fabricado cilindros de distintas bases (y posiblemente algunos prismas) con plastilina utilizando un molde (véase p. 185, actividad 86, fase 3), los alumnos y las alumnas pueden tener a mano los cuerpos geométricos realizados y el maestro disponer de moldes: se trata entonces de emparejar forma plena (cuerpo) y forma vacía (molde).



Actividad 85. Caja de selección de cuerpos geométricos

Objetivos pedagógicos

- Comparar cuerpos geométricos sea cual sea su orientación.
- Reconocer cuerpos geométricos habituales en el microespacio.
- Poner en marcha estrategias que aseguren la eficacia de una selección.

Desarrollo

Colocamos en una caja bastante grande y de boca ancha, o en una bandeja, cuerpos geométricos (recortes de carpintería, objetos de materiales de construcción…), de tres a cinco ejemplares de cada tipo…, pudiendo variar el número según los objetos de que se trate. Decirle a un alumno o a una alumna que elija un cuerpo geométrico y después que diga su nombre (si eso es posible y, si no, hacerlo en su lugar). A continuación, decirle que tiene que seleccionar todos los objetos de la caja. Se termina cuando el niño o la niña dice que ya no encuentra más y cuando los observadores están de acuerdo.

Si la selección no se ha hecho correctamente, el docente dice algo para que vuelvan a examinar el contenido de la caja. Se puede hablar entonces sobre si la selección se ha hecho sólo con cuerpo geométricos de la misma forma, la misma materia y el mismo color o, por el contrario, juntando todos los cuerpos de la forma deseada, sin que ni la materia ni el color tuvieran ninguna importancia.

En las clases de 2-3 años, hay que utilizar conjuntos que no sean excesivamente complejos: cuerpos geométricos con la misma forma, el mismo tamaño y la misma materia, pero no del mismo color y que sean diferentes según otro u otros criterios como la materia, las dimensiones…

Actividades funcionales o de la vida diaria



Actividad 86. Modelado

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Copiar una forma.

- Familiarizarse con cuerpos geométricos que tengan diferentes tipos de representación (el molde es del ámbito de la representación de la «envoltura», en la que dos caras no están representadas, mientras que el cuerpo geométrico realizado con plastilina pertenece al tipo «pleno»).

Desarrollo

Se recomienda utilizar una plastilina blanda (es necesario guardarla en una caja cerrada para que no se endurezca). Podemos utilizar también pasta de sal.

- *Fase 1*: uso libre. Podemos darles la plastilina, sin ningún accesorio o también darles al mismo tiempo distintos accesorios, por ejemplo una paleta de goma, un rodillo de pastelero… La mayoría de los alumnos y de las alumnas necesitan un tiempo más o menos largo para ir más allá del simple placer sensorial de amasar la plastilina.
- *Fase 2*: copiar una forma simple dada como modelo. En esta fase, se trata de formas en el sentido general del término: bola, rodillo (semejante a un cilindro en algunos casos), galletas (la misma observación), y no de cuerpos geométricos *stricto sensu*, ya que esta actividad empieza a los 3-4 años.
- *Fase 3*: utilización de un molde (se encuentran unos que son específicos para la plastilina, pero podemos usar también los que se utilizan en pastelería, siempre que su uso quede reservado para el rincón bricolaje y no se utilice en las actividades de cocina). Cuando los niños han aplanado una bola de plastilina para hacer una torta gruesa, el molde nos permite obtener un cilindro de base arbitraria (posiblemente un prisma).



Actividad 87. Cortar un plátano

Objetivos pedagógicos

- Fomentar en la higiene personal y alimenticia.
- Observar caras planas o irregulares y construirlas.
- Calcular visualmente el paralelismo de dos caras.

Desarrollo

Realizar un corte regular es, desde el punto de vista matemático, hacer un cilindro o un tronco de cono. La principal dificultad consiste en hacer dos cortes paralelos. El plátano es una fruta fácil de pelar, especialmente si está maduro. Se les puede dar sin ningún peligro a los

niños y niñas de 2-3 años para que lo corten en rodajas porque no necesitan utilizar ninguna hoja afilada. Es una oportunidad para observar cómo el manejo de esta paleta origina caras planas o irregulares, y de realizar caras planas que parecen paralelas o, al contrario, que no lo son con toda evidencia. Esta actividad exige la supervisión de un adulto.



Actividad 88. Juego de enroscar*

Objetivos pedagógicos

- Flexibilizar la muñeca.
- Fortalecer los dedos que hacen pinza.
- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Coordinar varios movimientos (sujetar, empujar, dar vueltas) para enroscar.
- Emparejar objetos de la misma forma y el mismo color, o sólo de la misma forma, o sólo del mismo color.
- Hacer que tomen conciencia de la independencia entre las propiedades de color y forma de los objetos (en el caso de la utilización de emparejamientos exclusivamente táctiles).
- Perfeccionar el movimiento que haga coincidir la rosca de la pieza macho y el de la pieza hembra correspondiente.
- Utilizar «el mismo... que», y los conectores «y» y «pero».

Desarrollo

Los juegos de manipulación constan de ocho pares de cuerpos de cuatro formas diferentes (bola, cubo, cilindro, tronco de cono); uno de los dos elementos de cada par tiene una rosca, y el otro tiene un pivote con rosca prominente en relieve. Todas las roscas son idénticas. Cada par de formas existe en doble ejemplar y en dos colores distintos: los cubos son azules o rojos, los cilindros azules o verdes, las bolas amarillas o verdes y los troncos de cono son rojos o amarillos. El atractivo principal para los niños reside en que se pueden enroscar; el emparejamiento simultáneo de las formas y de los colores adoptado de manera espontánea responde a una necesidad de simetría, de uniformidad; el enroscado de dos formas distintas, o de dos formas idénticas pero de distinto color, provoca la crítica infantil: «no está bien», «no es bonita», «no son iguales». En ese caso, el adulto puede practicar el baño de lenguaje: «tienen la misma forma» / «no tienen la misma forma» / «tienen el mismo color / no tienen el mismo color / tiene la misma forma pero no el mismo color / tiene el mismo color pero no la misma forma / no tiene ni la misma forma ni el mismo color».

Cuando los niños se han familiarizado con las manipulaciones, podemos utilizar este material para hacer emparejamientos táctiles poniéndolos en una caja táctil. Hay un 50% de probabilidades de sacar una pareja con la misma forma y color, y un 50% de sacar una de la misma forma pero de color diferente. Aparece, en ese caso, la discriminación forma/color.

Nota: el trabajo con la caja táctil consiste en distinguir al tacto un elemento macho y un elemento hembra que tienen la misma forma; el enroscado puede realizarse fuera de la caja táctil o dentro de ella, a gusto del niño o de la niña.

* Catálogo Nathan.



Actividad 89. Elementos de construcción tradicionales o cuerpos geométricos[68]

Objetivos pedagógicos

- Distinguir diversos cuerpos geométricos.
- Crear un primer bagaje de conocimientos relativos a los cuerpos más comunes.
- Diferenciar cara plana/cara irregular con la ayuda de un procedimiento geométrico o no geométrico.
- Utilizar en contexto el vocabulario relacionado con los cuerpos más comunes.

Desarrollo

Los elementos de construcción tradicionales existen hoy en distintos materiales (madera natural o barnizada, plástico, espuma) y en varios tamaños. Para su explotación en geometría, el material ha de comportar como mínimo cubos, cuadrados regulares no cúbicos, cilindros y prismas; se aconseja también tener conos, pirámides, semiesferas. Si se dispone de «puentes» de arco circular o angular, es útil tener simultáneamente los «semicilindros» y los prismas que permiten completarlos con paralelepípedos. Los elementos de gran tamaño[69] son especialmente adecuados para las fases 1, 2 y 5 de esta actividad con los niños y las niñas de 2-3 años y los de tamaño más pequeño[70] son preferibles para las fases

68. A partir de un trabajo realizado con niños de 2-3 años para una tesina y llevado a cabo después en varias clases. Calce-Barre, 2000.
69. Igual que el material de espuma compacta que imita la madera distribuido por Bourrelier (catálogo 2005).
70. Como la referencia «piezas de construcción» distribuida por Éveil&Jeux, que comporta a la vez piezas de color y piezas neutras.

3 y 4. Muchas veces es más fácil para los niños y niñas trabajar en el suelo que encima de una mesa.

Para la fase 4 bis, se necesita un material en que las mismas formas existen en dos colores diferentes por lo menos (por ejemplo uno de madera natural y uno de madera barnizada).

Para la fase 5, son imprescindibles cuerpos que sean todos del mismo color.

- *Fase 1*: manipulación libre. Se aconseja limitar el número de alumnos de manera que cada uno pueda disponer de un número importante de elementos (unos veinte si es posible, con dos ejemplares por lo menos de cada tipo); la observación, aunque sea a distancia o discontinua, de estas actividades libres puede darnos pistas para las actividades dirigidas posteriores, por ejemplo:
  - Selección y clasificación por la forma.
  - Selección y clasificación por colores (con juegos de construcción cuyos elementos están presentados en varios colores).
  - Apilamientos: fijos, móviles; hileras[71].
  - Ensamblajes bidimensionales o tridimensionales (paredes, castillos…).
  - Reproducción de apilamientos

  El momento en el que los alumnos y las alumnas vuelven a poner los objetos en la caja de guardar, puede ser una situación funcional que justifique que el adulto designe los objetos por su nombre.
- *Fase 2*: asociaciones visuales locales. El adulto o un alumno o alumna señala uno de los objetos; se trata de encontrar otro objeto idéntico al señalado; si los dos objetos están orientados de la misma manera, el reconocimiento es normalmente inmediato; en caso contrario, emplean más tiempo: el alumno puede sentir la necesidad de cambiar la orientación de uno o varios de los objetos antes de señalar el adecuado.
- *Fase 3*: asociaciones mixtas táctiles-visuales. El material es el que se ha utilizado para esta actividad con objetos de uso corriente (véase «Primera parte: el desarrollo del pensamiento lógico», capítulo 1, p. 68-69, actividad 11). Se trata de una actividad de representación mental.
- *Fase 4*: asociaciones táctiles. En estas dos fases se pueden proponer para las primeras veces, conjuntos limitados formados por tres pares de cuerpos geométricos claramente diferenciados (cubos, cilindros y bolas, por ejemplo), y aumentar poco apoco la dificultad incre-

71. En los dos casos se trata de yuxtaponer elementos agrandando la construcción en un solo sentido, vertical en el caso de las torres, horizontal en el de las hileras.

mentando el número de parejas. Si se dispone de un juego de construcción con elementos de varios colores, se comienza emparejando elementos que tengan la misma forma y el mismo color; en la fase 4 bis, se meten en la caja táctil elementos con la misma forma pero distinto color para sensibilizarlos en la distinción forma-color. La conciencia de que dos objetos pueden tener la misma forma pero distinto color es difícil y se va adquiriendo lentamente con la repetición de actividades de este tipo.

- *Fase 5*: emparejamientos visuales a distancia. Colocamos un conjunto de cuerpos en un lugar determinado de la clase, en una caja opaca bastante profunda; colocamos un conjunto que tenga los mismos cuerpos en una caja similar, en otro rincón de la clase lo más alejado posible de la primera caja, de forma que desde ninguno de los dos lugares se pueda ver el contenido de la otra caja. El adulto o un niño o niña muestra un cuerpo cualquiera: el alumno o la alumna que está realizando la actividad observa durante tanto tiempo como quiera ese cuerpo (puede tocarlo, modificar su orientación…); cuando está seguro de sí mismo, lo deja allí y va a buscar en el otro conjunto el mismo cuerpo geométrico que el que han elegido antes. La comprobación se efectúa por asociación visual local, luego uno de los dos ejemplares se vuelve a poner en la caja que está lejos y se continúa la actividad con otro cuerpo geométrico. Es una actividad de representación mental que puede servir de herramienta para la evaluación.



Actividad 90. Encajables

Objetivos pedagógicos

- Distinguir distintos cuerpos geométricos.
- Crear un primer bagaje de conocimientos relativos a los cuerpos geométricos más comunes.
- Utilizar en contexto el vocabulario que se refiere a los cuerpos geométricos más comunes.

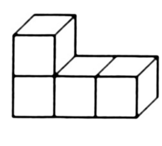
Desarrollo

Este material existe en varios tamaños: uno (Primo o los grandes módulos blandos de Lego por ejemplo, o cualquier otro del mismo tipo) está destinado a los más pequeños (de los dieciocho meses a los tres años) y es muy apropiado para los niños de 2-3 años; el tamaño intermedio (Duplo del mismo fabricante) está más adaptado para los niños de tres a cuatro años y es apropiado para las clases de 3-4 años. Se diferencia de los juegos de construcción clásicos

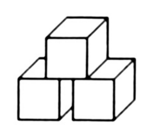
porque en todas las piezas hay un dispositivo que permite que coincidan momentáneamente dos (o más) piezas. Las formas, menos parecidas a los cuerpos geométricos usuales que los elementos clásicos de construcción, inducen más bien a actividades de reproducción de construcciones.

- *Fase 1*: manipulación libre. El maestro o la maestra observa y anota o conserva las producciones que pueden ser utilizadas más tarde.
- *Fase 2*: hacer que realicen individualmente una construcción con un número limitado de piezas (por ejemplo cuatro), el mismo número para todos. Colocar todas las construcciones encima de una mesa. Decirles que encuentren la suya entre todas las construcciones. Mientras tanto, el maestro o maestra realiza construcciones casi idénticas a las iniciales y las agrega al conjunto. Vuelve a decirles lo mismo que antes. En la medida de lo posible pedir a los niños y las niñas que expliquen cómo han reconocido su construcción (los gestos son ya una buena señal de la actividad geométrica del niño).
- *Fase 3*: reproducir una construcción monocroma de tres o cuatro piezas (poner a disposición del niño más piezas de las necesarias). Podemos darle el modelo ya hecho o realizarlo delante del niño. Aumentar progresivamente el número de piezas y la complejidad de la construcción.

  Ejemplos de modelos:



«un tren»



«un puente»

- *Fase 4*: reconocimiento de varias construcciones idénticas presentadas con orientaciones distintas. Podemos aprovechar las reproducciones de las construcciones simples. Si disponemos de algunos modelos y de dos o tres reproducciones de cada uno de ellos, podemos colocar todas estas construcciones en posiciones diferentes encima de una mesa y que los niños busquen las que son idénticas. Se trata de una actividad difícil y, al menos las primeras veces, los alumnos y las alumnas necesitan cambiar la orientación antes de poder reconocer las construcciones que son iguales.

Juego



ACTIVIDAD 91. EL JUEGO DE LOS SEIS CUERPOS GEOMÉTRICOS

Objetivos pedagógicos

- Diferenciar seis cuerpos geométricos.
- Reconocer esos cuerpos.
- Emparejar esos cuerpos.
- Poder utilizar en contexto los nombres de esos seis cuerpos geométricos.

Desarrollo

Para fabricar un juego de estos para dos jugadores hay que tener:

- Tres ejemplares idénticos de seis cuerpos diferentes.
- Un tablero de aguja de seis sectores.
- Dos cartones de seis casillas.
- Seis bolsas opacas iguales, de una medida adaptada a la de esos cuerpos, cerradas con velcro.

Pegamos en cada uno de los sectores del tablero de aguja los cuerpos de uno de los dos conjuntos, lo bastante lejos del centro para no bloquear la aguja al girar. Los otros cuerpos se colocan, dependiendo de la experiencia de los jugadores, encima de la mesa de juego o cada uno en una bolsa opaca.

Uno tras otro, los jugadores hacen girar la aguja que señalará aleatoriamente uno de los cuerpos geométricos. A continuación, el jugador tiene que encontrar ese cuerpo geométrico entre los colocados encima de la mesa (asociación visual) o dentro de las bolsitas opacas (asociación táctil). Si todavía no tiene ese cuerpo en su cartón, lo coloca en una de las casillas; en caso contrario, pasa su turno. El primero que ha rellenado las seis casillas de su cartón con seis cuerpos distintos gana.

Si se dispone de una caja táctil, se puede meter uno de los conjuntos en esta caja en vez de meter cada cuerpo geométrico en una bolsita; la asociación táctil resulta así un poco más fácil porque se tiene un contacto directo con el cuerpo geométrico. Podemos también pensar en meter los seis cuerpos geométricos en una bolsa opaca más grande. Esta opción aumenta la dificultad de la asociación táctil debido a las sensaciones táctiles parásitas provocadas por el contacto de la bolsa con la piel.

Libros para niños

Puesto que los cuerpos geométricos son tridimensionales y los libros están formados por hojas, que son superficies planas, todas las ilustraciones de cuerpos geométricos son representaciones planas de objetos tridimensionales; trataremos de ellos en el capítulo siguiente.

Expresión escrita

Igual que en lo que se refiere al conocimiento general del espacio, los aprendizajes relacionados con la geometría en el espacio conciernen sólo a objetos tridimensionales. Una representación plana es prematura: trataremos de ella en el capítulo siguiente.

Evaluación

Referencial de competencias

- Asociar cuerpos geométricos: los objetos son totalmente idénticos de dos en dos (forma, material, tamaño, color…) y todos los conjuntos de referencia tienen entre cinco y quince objetos. Se pueden hacer asociaciones de tipo visual local, visual a distancia, táctil o mixta.
- Distinguir cuerpos de formas parecida (tronco de cono y cilindro, paralelepípedo no cúbico y cubo, esfera y ovoide o elipsoide…), comunicando a veces sólo mediante gestos, las diferencias encontradas.
- Utilizar correctamente a nivel de comprensión los términos: cubos, cilindro, bola.

Modalidades de evaluación

Después de un tiempo que no se han practicado, se pueden utilizar como soportes de la evaluación las actividades rituales y de grupo que habíamos trabajado como ejercicio de entrenamiento, usando otro conjunto de cuerpos geométricos (modificación de la apariencia: cambio de las proporciones, de los colores…).

7

Del espacio al plano

Puntos de referencia matemáticos

Aspectos históricos

Podemos considerar que las primeras representaciones de objetos tridimensionales en una superficie, soporte bidimensional, aparecen en el arte prehistórico. La evolución del arte demuestra que la perspectiva, aunque percibida por nuestros ojos, tiene que ver con convenciones menos simples de lo que parece a primera vista. Sin embargo, aunque desde la prehistoria algunos relieves (mujer reclinada, cueva de la Madeleine) y algunos grabados (caballo sobre un bastón agujereado, cueva del Teyjat) demuestran la preocupación por representar la perspectiva, sólo a partir del Renacimiento la perspectiva está representada de forma adecuada. Uno de los problemas más importantes es decidir si tenemos que señalar lo que se ve o lo que se sabe: el mamut dibujado en la cueva de Pindal tiene una mancha roja que se interpreta como su corazón, otros muestran las vísceras o la columna vertebral dentro de la silueta. La fotografía o las mal llamadas técnicas 3D son también herramientas para representar sobre un plano o una superficie un objeto tridimensional.

Diversas profesiones han contribuido al desarrollo de técnicas de representaciones planas de objetos tridimensionales; de las preocupaciones relacionadas con problemas prácticos se han originado a veces exposiciones teóricas significativas:

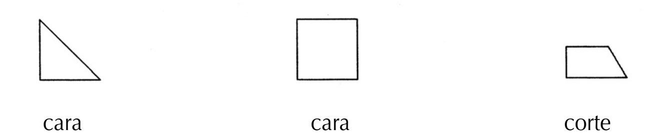
- Desde la Antigüedad, los arquitectos sabían representar edificios sirviéndose de dos proyecciones sobre dos planos perpendiculares: en concreto, la proyección sobre un plano horizontal (plano) y la proyección sobre un plano vertical (plano alzado) se conocían ya en Vitrubio (siglo I a.C.).
- Los pintores del Quattrocento italiano buscaban en sus cuadros dar una representación exacta del mundo; un procedimiento práctico consistía en colocarse frente a una placa translúcida en la que se reflejaban los objetos observados.
- El desarrollo de la navegación en el s. XVI supuso la necesidad de mapas muy precisos: se trata en este caso de representar en una superficie plana un segmento de esfera. Se desarrollaron varios procedimientos, entre otros la proyección estereográfica, la proyección cilíndrica y la proyección central.

Diferentes tipos de representaciones planas (bidimensionales) de figuras tridimensionales

Los procedimientos para hacer mapas, y por lo tanto representar un segmento de esfera sobre un plano, presentan un gran interés, pero no son muy adecuados en la enseñanza infantil. Así pues no los trataremos en este capítulo. Preferimos trabajar las selecciones de representaciones de cuerpos geométricos, especialmente los cuerpos geométricos simples, que respetan la alineación (las rectas están representadas por rectas) y que producen figuras claras y respetan, al menos parcialmente, las dimensiones. Sin embargo, toda representación pierde o modifica algunas informaciones de las propiedades de los cuerpos: lo ponen de relieve las diferentes ilustraciones, referidas todas al mismo cuerpo.

Planos y alzados, cortes, siluetas y sombras

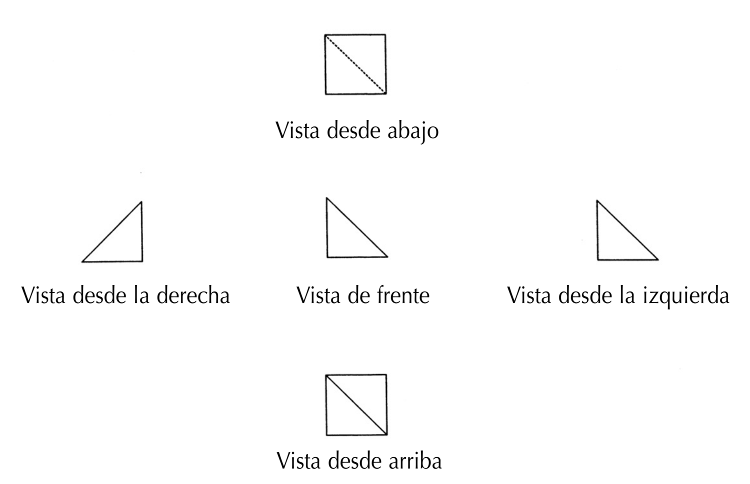
En todos los casos sólo disponemos de una figura plana para representar un cuerpo geométrico; esta figura puede ser una cara, una proyección o una sección (corte).



La información transmitida por una representación de este tipo es muy incompleta. En una selección así, se retienen las propiedades que el autor de la representación considera importantes. Pueden ser suficientes en una situación concreta, sin que por ello sirva para resolver el mismo problema en otro contexto.

Sistemas de vistas (diseño industrial)

Proyectamos ortogonalmente el cuerpo geométrico en las seis caras de un cubo imaginario, obteniendo de este modo una vista de frente, una desde la izquierda, una desde la derecha, una desde la parte posterior, una desde arriba y otra desde abajo. Las aristas visibles están dibujadas con trazos de líneas continuas, y las que no se ven con una línea de puntos. Se utiliza esta convención sobre todo en dibujo técnico, para representar piezas que hay que fabricar, por ejemplo. En Europa, estas vistas se disponen como sigue:



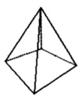
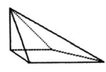
Perspectivas

Dos tipos de perspectivas nos permiten representar cuerpos geométricos de forma especialmente clara:

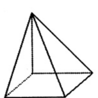
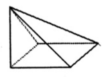
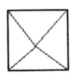
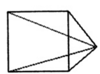
- Una perspectiva a la que podemos calificar como «natural» (también llamada proyección cónica o proyección central): es la del ojo, la de la cáma-

ra fotográfica y la de los pintores clásicos. Se caracteriza por la línea del horizonte y por los puntos de fuga. Conserva muy poca información sobre las figuras representadas (en particular, la mayoría de las rectas paralelas en la realidad no lo son en la representación); sin embargo, como nuestro cerebro está habituado a ello, reconocemos intuitivamente lo que está representado.

Este tipo de representación es extremadamente frecuente en nuestro entorno (cine, televisión…).

- Una perspectiva totalmente artificial, la perspectiva axonométrica y sus casos particulares: la perspectiva caballera, la perspectiva aérea y la perspectiva isométrica. En este tipo de perspectiva, utilizada sobre todo en dibujo en arquitectura, los segmentos paralelos al cuerpo siguen siendo paralelos en la representación; por el contrario, las informaciones sobre longitudes pueden utilizarse a simple vista sólo en caras que se sitúan en planos perpendiculares al radio visual principal del observador.

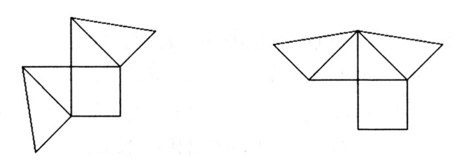
Por ejemplo, en el dibujo de la izquierda, a primera vista no hay nada que nos permita conocer las características exactas de la base de esta pirámide: ¿es un cuadrado? ¿un rectángulo? ¿un rombo? ¿un simple paralelogramo (de eso estamos seguros, ya que los lados opuestos que son paralelos en el dibujo son paralelos también en el objeto)? Por el contrario, podemos afirmar que esta pirámide tiene una cara que es un triángulo rectángulo isósceles. La perspectiva de la derecha, que utiliza exactamente las mismas convenciones que la de la izquierda, nos da informaciones diferentes: vemos con claridad que la base de la pirámide (es decir la cara que no tiene vértice) es cuadrada; y sin embargo, ignoramos todo de las características exactas de las caras. En particular, si no sa-

bemos que se trata de cuatro representaciones de la misma pirámide, no hay nada en lo que nos podamos basar.

Hasta mucho más adelante en sus estudios posteriores (una vez terminados los estudios de primaria) los alumnos y alumnas no aprenderán –quizás– a determinar, a partir de medidas tomadas de una perspectiva, las medidas correspondientes de un objeto representado.

Patrones (o desarrollos)

Realizar un patrón de un cuerpo geométrico consiste en representar como figuras planas cada una de sus caras, conservando también algunas relaciones de incidencia, especialmente algunas aristas, como lado común de dos caras.



En un patrón, las caras están representadas de forma realista: un ángulo recto del dibujo corresponde exactamente a un ángulo recto en la realidad, y dibujo y cuerpo geométrico tienen lados de la misma longitud.

Nota: hemos empleado para todos los ejemplos de representaciones planas de este párrafo la pirámide tercio de cubo: tiene una cara cuadrada, dos caras que son triángulos rectángulos isósceles y dos caras triángulos rectángulos no isósceles.

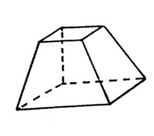
Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Percepción de la profundidad y de la distancia

El niño pequeño interpreta muy pronto que las variaciones de tamaño le dan informaciones sobre la proximidad o la lejanía de un objeto. Un bebé de menos de un mes, que está delante de la pantalla del televisor en la que apa-

rece un objeto cuyas dimensiones aumentan, muestra signos de inquietud e intenta claramente protegerse contra un choque que presiente; en efecto, si las variaciones de tamaño son asimétricas y coinciden con una trayectoria que se desvía hacia uno u otro lado, el bebé no adopta un comportamiento de huida de ese tipo.

Desde el momento en que puede desplazarse, arrastrándose o a gatas, el niño es capaz de descifrar los indicios de profundidad (experimento del acantilado virtual). Se trata de una consideración global y no de una interpretación en detalle. Efectivamente, las convenciones de representación plana de objetos tridimensionales no se adquieren sin aprendizaje. Así, además de que, como hemos visto en el párrafo anterior, diferentes representaciones de un mismo cuerpo geométrico no se reconocen inmediatamente como tales, los errores en las proporciones, o en las formas, son muy pocas veces observados por los no especialistas. Por ejemplo, en un tema de CRPE (Centre de Ressources Pédagogiques de l'Enfance) que trataba sobre los cuerpos geométricos figura el dibujo de más abajo (fig. *a*) para aludir a un tronco de pirámide de base cuadrada, cuyas caras laterales son trapecios isósceles; el dibujo propuesto, teóricamente realizado en perspectiva caballera, no es equivalente al cuerpo que quiere representar, como lo demuestra la figura *b*: efectivamente, el eje de este cuerpo debería ser perpendicular a las dos caras cuadradas.



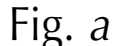


Fig. *a*

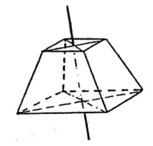
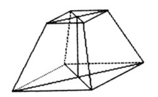


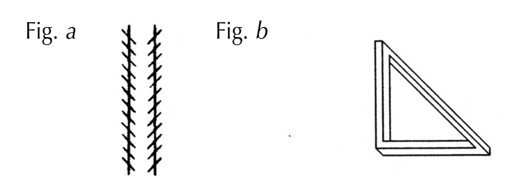
Fig. *b*



Ilusiones ópticas

Algunas de las representaciones planas son trampas difíciles de delimitar y que prueban que, incluso cuando somos adultos, nuestras percepciones espaciales son frágiles. Aunque, localmente, nuestra vista nos permite darle un sentido a ciertos trazos, la coherencia del conjunto se nos escapa muchas veces: tenemos dificultades reales para comparar correctamente algunas partes de los dibujos

(fig. *a*) o para darnos cuenta de que algunas figuras no representan un objeto material existente, ya que los datos espaciales que nos aportan esas figuras son contradictorios (fig. *b*).


Fig. *a* Fig. *b*

Variables didácticas

Para las representaciones planas, volvemos a encontrar las variables didácticas mencionadas para la geometría en el espacio (véase p. 180). Citemos en particular:

- El tipo de espacio.
- El tipo de representación.
- El conocimiento del cuerpo geométrico.
- La complejidad del cuerpo geométrico.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



ACTIVIDAD 92. ¿DÓNDE ESTÁ MI PIEZA?

Objetivos pedagógicos

- Familiarizarse con las representaciones fotografías de cuerpos geométricos.
- Establecer nexos entre el microespacio y el mesoespacio.
- Comparar una representación fotográfica y lo que se ve de un cuerpo geométrico.
- Darse cuenta de que un mismo cuerpo presenta aspectos diferentes según el punto de vista desde el que se observa.
- Distinguir lo que vemos de un cuerpo geométrico y lo que sabemos de él.

Desarrollo

- *Fase 1*: reconocer una pieza a partir de una ilustración recortada de un catálogo.
- *Fase 2*: reconocer una pieza a partir de fotografías tomadas durante las actividades. Reproducir la posición representada en ellas.

Actividades rituales

Las actividades rituales sobre este tema son prematuras en las clases de 2-3 años.

Actividades de grupo

Las actividades de grupo sobre este tema son prematuras en las clases de 2-3 años.

Actividades funcionales o de la vida diaria



ACTIVIDAD 93. ENROLLAR UNA ALFOMBRA O UN HULE

Objetivos pedagógicos

- Observar las distintas formas que puede adoptar un objeto material dado.
- Darse cuenta de que un mismo cuerpo geométrico presenta aspectos diferentes según el punto de vista desde el que se observe.
- Acostumbrarse a tener cuidado con el material colectivo.
- Desarrollar hábitos de orden.

Desarrollo

Muchas veces es más cómodo para los alumnos y las alumnas, sobre todo en las clases de 2-3 años y de 3-4 años, trabajar sentados en el suelo en lugar de hacerlo en una mesa. Para evitar el contacto con el suelo frío (en especial si es de baldosas), utilizar una alfombra de trabajo individual les da cierta comodidad y permite delimitar un espacio personal. Estas alfombras pueden ser un simple retal de moqueta o trozos de hule (la medida ideal: 70 cm x 110 cm). Se

guardan verticalmente, enrolladas, dentro de una caja en forma de paralelepípedo: de ahí que haya que aprender cómo enrollar la alfombra para colocarla en su sitio al final de la actividad. Esta técnica se aprende muy deprisa por imitación, pero necesita un ensayo relativamente largo si tienen que hacerlo solos; por lo tanto, es preferible enseñarles cómo hacerlo.

Arrodillarse o agacharse junto a uno de los dos lados cortos de la alfombra. Poner las manos hacia la mitad de ese lado; ayudándose con los dedos, hacer un primer pliegue con lo que sobresale de la alfombra, llevar las manos hacia los extremos del borde y seguir enrollando[72]. Comprobar que la enrollan a escuadra y que los bordes no quedan «enroscados»; en caso contrario, dar unos golpes para que tenga el mismo grosor en todas partes. Al final de la actividad se puede hacer que la alfombra se mantenga enrollada atándola con una cinta.



ACTIVIDAD 94. UTILIZAR UN MOLDE

Objetivos pedagógicos

- Mejorar las percepciones relacionadas con un cuerpo geométrico.
- Conocer un cuerpo bajo diferentes tipos de representaciones (plena, hueca y contorno).
- Emparejar un cilindro o un prisma y su base.
- Reconocer una figura plana bajo diferentes tipos de representación (plena, hueca y contorno).

Desarrollo

Damos a los alumnos y las alumnas moldes que no se usen en pastelería, y también plastilina. La forma de los moldes (figurativos o geométricos) no es importante.

Dependiendo del grosor del bloque de plastilina se obtienen objetos que representan cuerpos geométricos u objetos de poco grosor que se pueden considerar figuras planas.

Normalmente, los alumnos dan poca importancia al trozo de plastilina que está fuera del molde y, en general, lo amasan muy deprisa para poder utilizar otra vez el molde. Cuando el interés por esta herramienta empieza a estar satisfecho, llamar su atención sobre el «agujero» que queda en el material, y que tienen la misma forma que el objeto pleno realizado con este material.

72. En las clases de 2-3 años, es frecuente que los niños se muevan detrás de la alfombra al enrollarla. No merece la pena convencerlos de que no lo hagan.



ACTIVIDAD 95. SOMBRAS CHINAS

Objetivos pedagógicos

- Observar la sombra que produce un objeto.
- Observar las modificaciones de la sombra cuando cambiamos la orientación del objeto.
- Modificar un objeto para conseguir una sombra determinada.
- Formular hipótesis sobre las características de un cuerpo a partir de su sombra.

Desarrollo

Las sombras chinas pueden realizarse con luz natural, cuando hace sol, o utilizando un foco; en este caso, hay que tener cuidado de que la fuente luminosa no esté al alcance de los niños, ya que la bombilla puede alcanzar temperaturas muy elevadas y provocar quemaduras graves en caso de contacto.

Las sombras chinas pueden realizarse con las manos (formas de animales, por ejemplo) o utilizando distintos objetos a los que cambiamos de orientación respecto a la fuente de luz.

Los dos últimos motivos pedagógicos pueden realizarse mediante juegos de adivinanzas: ¿cuál es el objeto cuya sombra estamos viendo?, ¿cómo podemos poner las manos o un objeto determinado para reproducir la sombra que está haciendo alguien al que no vemos?



ACTIVIDAD 96. HUELLAS

Objetivos pedagógicos

- Observar las marcas que podemos producir con un cuerpo geométrico.
- Diferenciar cuerpo y cara(s) de ese cuerpo geométrico.
- Formarse un primer bagaje de conocimientos relacionados con los cuerpos geométricos comunes.
- Distinguir cara plana/cara curvada al ver las huellas conseguidas.

Desarrollo

Utilizar los cuerpos geométricos y pintura para realizar impresiones con sus caras. Constatamos que algunos tipos de caras no producen una marca ancha, sino una mancha pequeña o un hili-

llo: son caras curvadas; en cambio, otras dejan una impresión de la misma forma y del mismo tamaño que la cara utilizada, en cierta medida como si fuera un tampón: son caras planas.

Cuidado: no utilizar para esta actividad cuerpos geométricos de espuma o de madera sin barnizar.

Material



Actividad 97. Encajes de grandes cilindros o prismas de secciones variadas

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Mejorar la precisión de los movimientos.
- Asociar forma plena y forma vacía de lados contiguos.
- Experimentar, si se ve necesario, distintas formas de encajar un cilindro o un prisma en un orificio que tenga la misma forma que su base.
- Aumentar los conocimientos relacionados con dos cuerpos geométricos sencillos.

Desarrollo

Muchas editoriales de material didáctico comercializan tableros con agujeros que tienen cilindros y prismas de bases variadas. Muy pronto, los niños y las niñas son capaces de pasar del tanteo a un movimiento dirigido a encajar cada cuerpo en el agujero correspondiente. El encaje de cilindros de revolución es el más sencillo, luego vienen los de figuras regulares (cuyas bases permanecen invariables en una o varias rotaciones).

Evitar nombrar las piezas con términos inadecuados (por ejemplo, no llamar «cuadrado» a un «paralelepípedo» ni «triángulo» a un «prisma»).



Actividad 98. Cajas de pasar figuras

Objetivos pedagógicos

- Pasar de una percepción global de los cuerpos al reconocimiento de sus caras.
- Distinguir cuerpo geométrico y silueta o cara(s) de un cuerpo geométrico.

- Observar la forma de la silueta o de las caras de un cuerpo geométrico.
- Asociar forma plena y forma vacía.
- Formarse un primer bagaje de conocimientos relacionados con los cuerpos geométricos frecuentes y con sus caras, en particular: «cuadrado», «cubo», «triángulo», «prisma»…

Desarrollo

Una caja de pasar figuras geométricas está formada por un objeto tridimensional vacío, cuya superficie comporta agujeros de formas variadas, y un conjunto de objetos tridimensionales, normalmente plenos, que pueden pasar a través de uno o varios de esos agujeros.

Si queremos que el alumno y la alumna centren su atención en los nexos entre forma plana y objeto tridimensional, tenemos que evitar las cajas de pasar figuras cuya apariencia incite a actividades que desarrollan la imitación o la imaginación (casitas cuyos orificios tienen una u otra forma plana por las que teóricamente pasan distintos objetos). Si buscamos un material, es más interesante preferir las cajas que propician los cambios de puntos de vista sobre las formas (cajas cúbicas, esféricas o con forma de paralelepípedo, en vez de maleta pequeña que no se puede poner sobre la cara que tiene el asa), y que tienen un conjunto variado de cuerpos geométricos.

Es aconsejable que varios objetos puedan pasar por el mismo agujero (por ejemplo, un cono y una pirámide que pasen por el mismo orificio triangular, un cilindro y una bola que pasen a través de la misma abertura circular).

- *Fase 1*: actividad libre. Observar si los alumnos y alumnas están simplemente jugando «al buzón» o eligen un agujero de forma adaptada al objeto que introducen en la caja y, en este caso, si necesitan probar en varias cavidades (tanteo) o si obran por anticipación.
- *Fase 2*: una vez que han elegido un cuerpo geométrico, pedirles que digan por qué agujero(s) pueden introducirlo; comprobarlo haciéndolo. Puede ser interesante trabajar con un grupo reducido de niños y niñas para poner de relieve, llegado el caso, la multiplicidad de soluciones para un cuerpo dado.
- *Fase 3*: actividad contraria: una vez que han elegido el orificio, pedirles que digan qué cuerpo geométrico o qué cuerpos geométricos pueden introducir por ese agujero; comprobarlo por el mismo procedimiento. La misma observación en cuanto al interés de trabajar con un grupo reducido.



Actividad 99. Los poliedros y sus caras

Objetivos pedagógicos

- Pasar de una percepción global de los cuerpos geométricos al reconocimiento de sus caras.
- Distinguir cuerpo geométrico y cara(s) del cuerpo del cuerpo geométrico.
- Asociar por superposición una figura plana y una cara de poliedro.
- Formarse un primer bagaje de conocimientos relacionados con los poliedros comunes.
- Utilizar el término «cara» para una placa o la parte del cuerpo sobre la que se superpone.

Desarrollo

Tenemos un conjunto pequeño de poliedros (cuerpos geométricos cuyas caras son todas planas) y algunas placas de poco grosor del mismo tamaño y forma que las caras de dichos cuerpos.

- *Fase 1*: actividad libre; observar si los niños y las niñas utilizan solamente los cuerpos geométricos, o solamente las placas (debido a la novedad, es normal que haya un interés especial por estos elementos), o si pasado el momento de la novedad, se da una utilización conjunta de los cuerpos geométricos y de las placas.
- *Fase 2*: una vez elegido un poliedro, buscar qué placa(s) puede(n) aplicarse a una de sus caras. Seleccionar las placas según el criterio «ser una cara de un cuerpo geométrico X».
- *Fase 3*: actividad inversa. Una vez que han elegido una placa, buscar a qué cuerpo(s) puede aplicarse. Seleccionar los cuerpos geométricos en función del criterio «tener una cara que se corresponde a una placa dada».

Las actividades de selección, debido a su carácter exhaustivo, son difíciles: pueden reservarse para los alumnos que se sientan más cómodos con esta actividad.

Juegos



Actividad 100. Hoppel poppel

Objetivos pedagógicos

- Pasar de una percepción global de un objeto (un cilindro de base no geométrica) al reconocimiento de una de sus caras.

- Asociar un objeto y su silueta.
- Utilizar la superposición para comprobar esta asociación.

Desarrollo

Este juego editado por Haba consta de un dado de caras de colores y de cuatro tableros de juego con ocho siluetas blancas y un paisaje como fondo; las siluetas son las mismas que aparecen en las cuatro fichas de animales (un gato, un conejo, un gallo y un pato, disponibles en ocho ejemplares cada uno) con dos orientaciones posibles: mirando hacia la derecha o hacia la izquierda. Cada animal tiene un color, el mismo en todos los ejemplares; son los que aparecen también en las cuatro caras del dado. Cada jugador coge un tablero de juego y tira el dado cuando le toca: si el dado cae sobre un color de animal, el jugador pone un animal de ese color encima de una de las dos siluetas correspondientes de su tablero de juego; si cae sobre la cara blanca, puede elegir el animal que prefiera; si cae sobre la cara negra, pasa su turno; pasa también si cae tres veces en el mismo color (todas las siluetas que corresponden al animal de este color ya están ocupadas). El primero que llena su tablero gana.



ACTIVIDAD 101. JUEGO DE LAS CARAS

Objetivos pedagógicos

- Pasar de una percepción global de los cuerpos geométricos a la percepción de sus caras.
- Distinguir cuerpo geométrico y cara de un cuerpo geométrico.
- Reconocer una cara de un cuerpo geométrico en cualquier orientación.
- Utilizar la superposición de una cara de cuerpo geométrico y de una figura plana como comprobación de la asociación.
- Formarse un primer bagaje de conocimientos relacionados con los poliedros comunes.
- Comparar cantidades para determinar quién gana.

Desarrollo

Para fabricar este juego hay que tener varios poliedros (por ejemplo, un cubo, una pirámide, un prisma y un paralelepípedo); el maestro o la maestra prepara, utilizando los cuerpos geométricos como plantilla modelo, cartas impresas. Se reparten los poliedros por toda la mesa y se ponen las cartas en un montón, con la cara impresa hacia abajo. Cada jugador, cuando le toca,

le da la vuelta a una carta silueta y se la enseña al resto de los jugadores, que intentan encontrar un poliedro cuya carta posea la marca; el más rápido coge el cuerpo geométrico que le parece adecuado y lo coloca encima de la carta de forma que tape exactamente el contorno; si acierta, se queda con la carta y le toca jugar al siguiente; si la superposición no es correcta, otro jugador o jugadora puede proponer otro cuerpo. Gana el jugador que tiene más cartas, una vez que han dado la vuelta a todas las cartas.

Expresión escrita

Si utilizamos una caja de pasar figuras de caras poligonales, que es el modelo más corriente, fotocopiar las caras, lo que proporciona una impresión en negro de los vaciados: podemos después hacer carteles pegando al lado de cada impresión el o los cuerpos que pueden pasar por ese agujero.

Evaluación

Referencial de competencias

- Especificar por tanteo qué cuerpo(s) pasa(n) exactamente por un agujero dado de una caja de pasar figuras.
- Determinar por anticipación qué cuerpo(s) pasa(n) exactamente por un agujero dado de una caja de pasar figuras.
- Determinar por tanteo por qué agujero(s) pasa exactamente un cuerpo geométrico dado.
- Determinar por anticipación por qué agujero(s) pasa exactamente un cuerpo geométrico dado.
- Decidir, para un cuerpo dado, qué figura(s) de entre un conjunto dado de figuras planas, es /son una /varias cara(s) de ese cuerpo.
- Decidir, para una figura plana dada, qué cuerpo(s) geométrico (s), de entre un conjunto de cuerpos geométricos dado, tiene(n) esa figura como cara.

Modalidades de evaluación

La observación de los alumnos y las alumnas mientras utilizan los materiales o durante los juegos sirve para identificar las competencias adquiridas.

8
La geometría plana

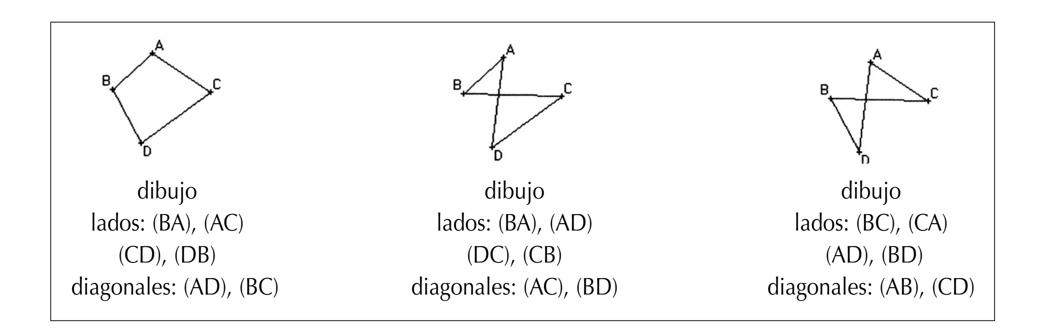
Puntos de referencia matemáticos

Configuraciones relevantes

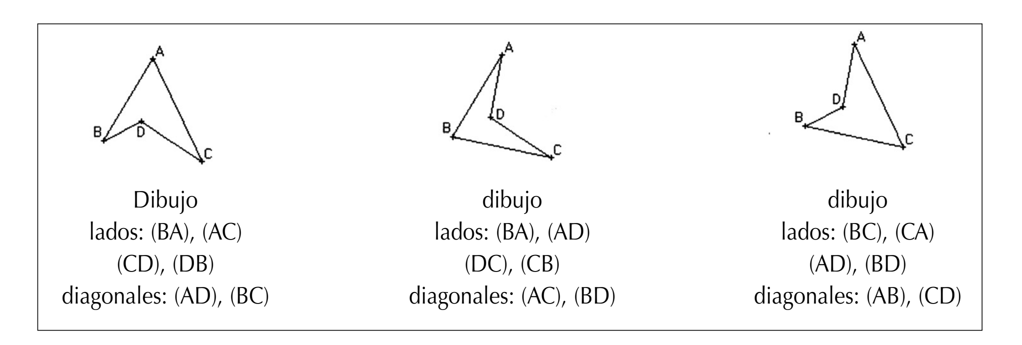
Algunos conjuntos de puntos de un plano presentan un interés particular a partir de las clases de educación infantil: los polígonos, el círculo y otras curvas clásicas.

Los triángulos son las figuras delimitadas por tres puntos, los vértices: sus tres lados son rectilíneos. Entre los triángulos característicos: los triángulos equiláteros, cuyos lados tienen la misma longitud; los triángulos isósceles, que tienen dos lados de la misma longitud; y los triángulos rectángulos, uno de cuyos ángulos es recto.

Los cuadriláteros son las figuras delimitadas por cuatro puntos considerados en un orden determinado: sus cuatro lados –delimitados por vértices consecutivos– son rectilíneos, y sus vértices no consecutivos delimitan dos rectas, las diagonales. A partir de cuatro puntos, se pueden pues formar tres cuadriláteros: dependiendo de las posiciones respectivas de esos cuatro puntos, se obtienen bien un cuadrilátero convexo y dos cuadriláteros cruzados:



bien tres cuadriláteros cóncavos[73].



Entre los cuadriláteros característicos, los trapecios tienen dos lados paralelos, los paralelogramos tienen sus lados paralelos opuestos dos a dos; los paralelogramos con un ángulo recto son rectángulos; los paralelogramos cuyos cuatro lados tienen la misma longitud son rombos; y los rombos con un ángulo recto son cuadrados.

Podemos también estudiar los cuadriláteros con uno o varios ejes de simetría:

- Un eje de simetría diagonal caracteriza los romboides (los rombos y por tanto los cuadrados, son romboides).
- Otra posibilidad: un eje de simetría que pasa entre dos lados opuestos: es el caso de los trapecios isósceles y de los rectángulos (y en consecuencia, de los cuadrados).

73. Los cuadriláteros convexos son pues «estadísticamente» muy minoritarios.

Tipología de las representaciones planas de polígonos

Cuadro 3

TIPO DE REPRESENTACIÓN	ILUSTRACIÓN	OBSERVACIONES
Contorno (segmentos)		Es la representación más habitual.
Contorno (rectas)		Útil para uniformizar la construcción de las alturas de un triángulo.
Superficie (plena)		Se tiene que pegar sobre un soporte si el polígono es cruzado.
Superficie (vacía)		El límite exterior (contorno del soporte) no es un dato pertinente.
Vértices	(1) (2) (3) (4)	Hay que indicar el orden de los vértices.
Diagonales		Poco habitual.
Ángulos		Muy poco habitual.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Elaboración de las representaciones mentales y denominaciones de las figuras planas

Un texto matemático se compone sólo de cuatro tipos de textos:

- Teoremas, que enuncian las propiedades de los objetos matemáticos.
- Demostraciones, que establecen por razonamiento la verdad de un teorema enlazándolo con otros enunciados fijados con anterioridad.
- Definiciones, que atribuyen una denominación a objetos matemáticos que tienen algunas propiedades características.
- Axiomas, que enuncian propiedades iniciales de los primeros objetos matemáticos de una teoría.

Una definición va siempre precedida de un axioma de existencia o de un teorema de existencia y de su demostración.

La formulación de una definición viene dada por una selección entre las propiedades características de este objeto matemático: en general, se dan varias posibilidades, y aunque el uso ha dado preferencia a ciertas propiedades, no son las únicas posibles. Así, un círculo puede definirse como:

- El conjunto de los puntos de un plano equidistantes de un punto dado.
- La figura del plano que admite una infinidad de ejes de simetrías convergentes.
- La curva plana de curvatura constante.
- Etc.

Y es necesario también que la frase propuesta sea verdaderamente una definición, sin que remita a otros términos que ellos mismos sólo tengan significado en función de la primera palabra. Por ejemplo, decir que una recta es un conjunto de puntos alineados, cuando la única característica que tiene de los puntos alineados es que están sobre la misma recta, no define ni «recta» ni por «puntos alineados».

Además, un saber no se construye a base de definiciones. Por ejemplo, al terminar la educación infantil, un niño o una niña sabe lo que es un perro; está especialmente preparado o preparada para distinguirlo de un gato y de un cordero. Sin embargo es incapaz de dar una definición de este animal («Es un cuadrúpedo mamífero carnívoro...»); por el contrario, puede perfectamente citar ejemplos, tomados de los perros de su barrio o de los que salen en las películas que ve habitualmente, y que pueden ser tan distintos como un colley (Lassie), un teckel de pelo corto, un caniche... Se ha formado ese saber en contacto con esos animales y oyendo en su entorno cómo los llamaban «perro», mientras que a otros animales con pelo también, de cuatro patas también y a los que tenía ganas de acariciar igualmente, los llamaban «gato», «poni» o «cordero». Ha construido pues la categoría «perros» gracias a muchos ejemplos aparentemente muy distintos y a numerosos contraejemplos (Barth, 1987). En ese sentido, tiene más suerte que el niño y la niña esquimales para los que «perro» sólo les hace pensar en un «husky» y en otras razas de perros de trineo, y a quienes les será difícil pensar que un chow-chow, un san bernardo o un galgo pertenecen a la misma categoría.

Es lo que, por desgracia, sucede muchas veces en las clases de educación infantil, donde nuestros ejemplos de triángulos, por ejemplo, son tan poco variados como los perros del Gran Norte: cuando sólo se ha oído hablar de triángulos ante triángulos equiláteros y, en el mejor de los casos, ante triángulos rectángulos isósceles, es realmente difícil reconocer como triángulo una figura de tres lados de distinta longitud y con un ángulo obtuso.

Trabas para los soportes utilizados

La materialidad de los soportes fuerza a representar las figuras planas mediante prismas o cilindros; para que los alumnos y las alumnas puedan elaborar una representación mental claramente diferente de las que hacen referencia a los cuerpos y puedan dar sentido al hecho de que las denominaciones utilizadas difieren de las que se han empleado para los objetos tridimensionales, es aconsejable que el grosor de estos cuerpos sea muy fino.

De ahí, y también de la necesidad de disponer de un gran número de ejemplos tan distintos como sea posible, se deriva la enorme dificultad de enseñar la

geometría a partir de un material como los «bloques lógicos»: la mayoría de las actividades que se pueden proponer con este material puede realizarse igualmente con otros soportes de selección (cochecitos, animales...), sin que los objetivos específicos se vean en absoluto debilitados o limitados, prueba de que el aprendizaje esperado no tenía de hecho que ver con la geometría.

Tipo de actividades que hay que llevar a cabo

Las actividades que hay que llevar a cabo en geometría plana, igual que en geometría del espacio, tienen como finalidad reconocer, reproducir, describir, construir y representar figuras (véase «Actividades que se pueden llevar a cabo», cap. 6, pp. 176-178).

Dado que las figuras planas son objetos mucho más abstractos que los cuerpos geométricos, no nos parece imprescindible plantearlas de forma explícita en las clases de 2-3 años: se abordan progresivamente a través de la exploración de los cuerpos geométricos. El número de actividades propuestas es por tanto claramente inferior que en los capítulos anteriores.

Geometría con redes

Una parte importante de la geometría en las clases de 6-8 años utiliza materiales con geoplanos, redes de rectas o de puntos que forman tramas o mallas, generalmente cuadradas y a veces triangulares. A partir de 2-3 años, proponemos actividades que los preparan para eso, trabajando con unas rejillas con agujeros colocados de forma regular, en los que se encajan pivotes o botones que reproducen un modelo. Así los alumnos y alumnas adquieren progresivamente competencias que reutilizarán después sin problemas en la geometría sobre geoplanos.

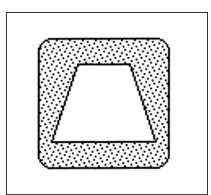
- Orientarse en un geoplano (reconocer las direcciones de desplazamiento –arriba /abajo /a la derecha /a la izquierda si se trata de un geoplano de tramas cuadradas o rectangulares– quizás de forma no verbal, y aptitud para contar el número de cuadros o el número de nudos).

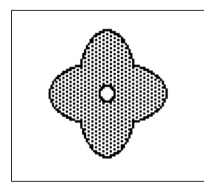
- Reconocer los elementos que forman una figura sencilla (reconocimiento, quizás de forma no verbal, de figuras básicas conocidas; o descripción de la figura como recorrido, con o sin salto); eso supone que saben localizar las posiciones relativas de los vértices, es decir de los nudos del geoplano y expresar las distancias entre los nudos (orientación, recuento de cuadros).

Importancia del trazado en el aprendizaje

En las clases de 2-3 años, los niños y las niñas no tienen muchas oportunidades de verse ante situaciones en que podrían dar un sentido a la actividad de trazado geométrico: en el caso de que tuvieran que memorizar construcciones o situaciones vividas, la fotografía o, en el caso de las figuras planas, la fotocopia (más fácil si se utilizan elementos magnéticos), son una solución más sencilla, más eficaz y más fiable. El dibujo a mano alzada, cuya importancia para la formación no puede ponerse en duda, se ajusta aún tan poco a la realidad que sólo puede tener un valor de representación simbólica. El uso de una plantilla ayuda a poner en marcha un movimiento que produce un trazado de buena calidad; no es imprescindible con los de 2-3 años y sólo se debe proponer a los alumnos o alumnas como respuesta a una necesidad. En este caso, es importante organizar el aprendizaje de manera que desde el principio adquieran los movimientos más adecuados y que no adopten malas posturas, muy difíciles de corregir después. Utilizamos para eso un soporte vertical o inclinado que conlleve espontáneamente una posición ergonómica de la mano y del brazo que aguanta la plantilla: como el trazador no se sostiene sola, el alumno y la alumna piensa de manera natural qué hacer para que no se caiga. Hay que vigilar también la posición de los dedos para conseguir la sujeción eficaz de la plantilla y su contacto con el soporte: todos los dedos son útiles, el pulgar (o la parte de la palma de la mano que está cerca de la muñeca) consigue el contacto entre la plantilla y la hoja, y los demás la mantienen en su sitio.

El uso de trazadores tiene como objetivo primordial conseguir un trazado limpio: hay que procurar que los que se les dan a los alumnos y alumnas sean apropiados para ello: tienen que dirigir eficazmente el movimiento y limitar el riesgo de que se resbalen. En especial, si tenemos dos plantillas complementarias para una forma dada, elegimos





la forma plena o la forma vacía no de forma aleatoria, sino en función de la ayuda que nos proporciona. Por ejemplo, para una figura convexa, la forma vacía proporciona un apoyo muy forzado, y por consiguiente es la que utilizaremos, mientras que con la forma plena el soporte no controla los cambios de dirección: por lo tanto hay que evitarla.

Sucede lo contrario con una figura cóncava para la que es preferible utilizar la forma plena.

Aunque nos planteemos el uso de una mano en vez de la otra en las actividades de caligrafía, para el trazado geométrico, ya sea a mano alzada o con instrumentos, eso no tiene ninguna importancia; los movimientos se hacen como ante un espejo.

Aspectos relativos al lenguaje

Igual que con las figuras tridimensionales, el nombre de una configuración plana determinada de puntos no varía en general según el tipo de representación al que hace referencia, si exceptuamos «círculo» (representación «contorno») y «disco» (representación «superficie»), de forma análoga a lo que habíamos observado, en el caso de los cuerpos geométricos, para «esfera» y «bola». En cambio, el lenguaje corriente tiende a modificar la denominación de un cuadrilátero de ángulos rectos cuyos lados tienen la misma longitud según su orientación: si los lados son paralelos a los bordes de la hoja, o si están verticales u horizontales, se les denomina siempre «cuadrado», mientras que si son sus diagonales las que tienen esas direcciones, se les denomina normalmente «rombos». Es cierto que un cuadrado es un rombo especial y que esta denominación no es completamente errónea. Sin embargo, dejando aparte que la orientación de una figura no es un atributo esencial, ya que la comunicación entre un emisor y un receptor se basa sistemáticamente en el principio de la máxima información, es ilógico que no podamos mantener la denominación más precisa, que se utiliza en el caso anterior.

A partir de 2-3 años, podemos inclinarnos por evitar el uso de «cuadrado» para una figura que no tiene las propiedades geométricas de un cuadrado: la palabra francesa «carreau» traduce bastante bien lo que el inglés denomina *tile* ('baldosa') y también lo que se llama *diamonds* (el rombo del juego de cartas), y también designa elementos de forma más o menos cuadrada o incluso rectangu-

lar (como el cristal de una ventana). A medida que empiezan a verse algunas propiedades del cuadrado como forma geométrica, se compara el uso corriente y el uso matemático: la llave llamada «de cuadradillo» es efectivamente una figura invariable con rotación de 90º, mientras que el «cuadrado» de un pañuelo es normalmente una pieza cuyas dos dimensiones son aproximadas, pero casi nunca iguales. En cambio, «cuadrado» sólo existe como adjetivo y en su uso corriente califica cualquier figura más o menos rectangular.

Tanto en geometría plana como en geometría en el espacio, el término «redondel» se aplica a una gran variedad de formas, y su comparación nos hace sentir la necesidad de términos específicos que den cuenta de su diversidad: el redondel de un anillo lo suficientemente fino como para hacernos pensar en un círculo se diferencia (ya que se puede rodear sin superponerse) de una ficha, que a su vez se diferencia –y no sólo por el tamaño– de un mantel ovalado. Una anilla metálica, que el anillo puede también bordear, aunque sólo la pueda cubrir parcialmente, es un ejemplo de corona circular.

Para terminar, y en lo que se refiere al vocabulario de descripción de las figuras, si nos encontramos en situaciones en las que existe la necesidad de usar esta terminología, se aconseja ir lo antes posible al vocabulario definitivo, especialmente el adulto: hablar, en cuanto la ocasión lo permita, de vértice y de ángulo y no de punta o puntiagudo, de lado y no de borde.

Variables didácticas

Las variables didácticas de la geometría plana son de forma general las mismas que mencionamos en geometría en el espacio (véase p. 180): tipo de espacio, tipo de representación, conocimiento de la figura y complejidad de la figura.

Modalidades de explotación pedagógica

Para las clases de 2-3 años, proponemos pocas actividades relacionadas con la geometría plana y únicamente funcionales o de la vida cotidiana, o basadas en materiales. Se trata de una geometría mucho más abstracta que la geometría de los

cuerpos: somos partidarios de una aproximación muy progresiva; el trabajo propiamente dicho sobre este tema es mucho más provechoso en las clases de 3-4 años o en las de 5-6 años.

Actividades funcionales o de la vida cotidiana



Actividad 102. Untar una rebanada de pan

Objetivos pedagógicos

- Fomentar hábitos de higiene y de limpieza.
- Mejorar la coordinación ojo-mano.
- Flexibilizar la muñeca.
- Practicar la exploración visual metódica de una superficie.
- Desarrollar un conocimiento visual, táctil y kinestésico de formas conocidas.
- Extender una capa de grosor uniforme.

Desarrollo

El pan de molde, al contrario que los biscotes, puede untarse con facilidad a partir de las clases de 2-3 años, ya que no se rompe. Se encuentra normalmente de dos maneras: rebanadas de forma más o menos cuadrada, que, cortadas en diagonal, nos dan dos triángulos y, según la recta que toque la mitad de dos lados opuestos, dos rectángulos, o rebanadas de forma circular. El pan de miel y especias, que es muy apropiado también para untar en las clases de 2-3 años, nos da formas derivadas del rectángulo, algo diferentes a las del pan de molde de sección cuadrada. La actividad tiene que realizarse encima de una superficie muy limpia y los alumnos tienen que lavarse las manos antes de comenzar. El material necesario se compone de una tabla para el pan, un cuchillo, pasta para untar, un plato, un bol o una panera con las rebanadas cortadas de antemano.

Untar consiste en extender una capa bastante fina de un alimento en forma de pasta encima de un soporte comestible cuerpo geométrico; el mejor tipo de cuchillo es el de mantequilla, corto y ancho, que corta poco; en su defecto, sirven perfectamente el mango de una cuchara, una espátula pequeña o mejor una espátula flexible, normalmente de caucho o de plástico de las que se utilizan para rascar recipientes. La base (pan de molde, pan de especias)

así como la pasta (dulce: crema de avellanas con chocolate, miel, mermelada, jalea de fruta, compota; neutra: nata, mantequilla, queso blanco o petit-suisse; salada: crema de queso, mantequilla de cacahuete, crema de anchoas).

Puede ser una actividad individual o realizarse en un taller de dos o tres niños y niñas[74].

Una vez que se han untado, colocar las rebanadas, bastante grandes, en el plato; después, el adulto las corta en porciones más pequeñas para evitar que se desperdicien: con uno o dos bocados, la curiosidad gustativa queda satisfecha. Limpiar la mesa al terminar la actividad y lavarse las manos.

En las clases de 2-3 años hay que evitar el pan demasiado frágil (los biscotes, al igual que las galletas *crackers*, se desmigajan al presionar la herramienta utilizada para untar) así como las pastas demasiado líquidas (miel, leche condensada) que son difíciles de untar y que también pueden derramarse al llevárselas a la boca.

Material



Actividad 103. La caja de los ratones*

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la precisión y la eficacia de los movimientos.
- Emparejar forma plena y forma vacía del mismo contorno.
- Experimentar la invariabilidad de algunas figuras por simetría (inversión) o por rotación (giro).

Desarrollo

La caja de los ratones es un cubo de doce centímetros de arista, cuyas caras tienen unos agujeros de formas geométricas por los que se puede hacer pasar ratones cuya «cintura» está formada por una figura plana corriente. La diferencia con las cajas de pasar figuras normales es que los objetos que se introducen no son prismas ni cilindros con alturas iguales a las de sus otras dimensiones, sino que son placas relativamente delgadas, atravesadas por un ratón: en este caso es fácil distinguir las dos caras de esta figura, por un lado el morro y las orejas y por el otro el trasero y el rabo.

74. Hay que prever en este caso tantos cuchillos, paletas y platos como niños.

- *Fase 1*: actividad libre. Observar si los alumnos y alumnas están sólo jugando al «buzón», o si eligen un agujero con la forma del ratón que van a introducir en la caja, y en este caso observar si necesitan probar varios agujeros (tanteo) o si obran por anticipación.
- *Fase 2*: una vez que han elegido un ratón, decirles que señalen por qué agujero(s) puede pasar; comprobarlo al hacerlo. Trabajar con un grupo reducido de niños puede ser interesante para enseñarles, si es necesario, la multiplicidad de soluciones con un ratón determinado.
- *Fase 3*: actividad inversa: una vez que han elegido un agujero, decirles que señalen qué ratón(es) pueden pasar por él; el mismo procedimiento para comprobarlo. La misma observación en cuanto al interés del trabajo en grupo reducido.

* Nature et Découverte.



Actividad 104. Encajar botones o conos en una red de puntos

Objetivos pedagógicos

- Fortalecer los dedos que hacen pinza.
- Orientarse en una red con puntos
- Reproducir una figura plana.

Desarrollo

El material (por ejemplo, Maxicoloredo, de Nathan) consta de una base con agujeros circulares dispuestos regularmente como los nudos de una red de trama cuadrada y de conos cilíndricos o de botones para encajar en esos agujeros.

- *Fase 1*: actividad libre para satisfacer las ganas de moverse y dejar que el alumno conozca el material.
- *Fase 2* (en el caso de una base transparente): se coloca un modelo debajo de la base transparente y entonces el trabajo consiste simplemente en un emparejamiento de colores.
- *Fase 3*: se coloca un modelo al lado de la base y se tiene que reproducir ese modelo encajando botones o conos.

Las actividades de selección o de clasificación de los botones por colores pueden constituir una actividad funcional preliminar. La reproducción de motivos pone en juego competencias de orientación sobre una red de puntos, o incluso de denominación de conjuntos pequeños.

La preparación para la geometría sobre geoplano es una actividad que continúa durante toda la educación infantil, con soportes cada vez más perfeccionados.



Actividad 105. Encajes geométricos planos

Objetivos pedagógicos

- Fortalecer los dedos que hacen pinza (cuando se trata de formas pequeñas que hay que agarrar mediante botones de prensión).
- Distinguir visualmente figuras geométricas comunes planas.
- Asociar formas plenas y formas vacías con el mismo contorno.
- Acometer un reconocimiento argumentado de las figuras geométricas comunes planas recurriendo a criterios de manipulación.
- Formarse un primer bagaje de conocimientos relacionados con las figuras comunes.
- Reconocer una misma figura bajo diferentes apariencias perceptivas (orientación, figura plena, figura vacía y eventualmente figura contorno.
- Utilizar en contexto el vocabulario que se refiere a las figuras planas corrientes.

Desarrollo

El material consta de plantillas plenas y vacías que permiten el encaje; está formado por un tablero en el que pueden encajarse varias formas, o por cuadros separados para cada forma (como los encajes geométricos Montessori[75]). Del mismo modo que para todos los materiales de geometría plana, aconsejamos que las figuras se realicen en un material que permita observar visualmente que el grosor no tiene importancia en comparación con las otras dimensiones.

En el caso de las formas Montessori, tenemos diez encajes de los cuales cinco son curvilíneos y cinco poligonales.

- *Fase 1*: asociación visual mediante encaje. Se puede comenzar con tres formas, el disco, el cuadrado y el triángulo equilátero. El uso de encajes permite diferenciar círculo/ disco de otras figuras que tienen menos regularidades: en este caso, se puede hacer girar el «redondel» en el «agujero» sin sacarlo del agujero, mientras que con un

75. Dos distribuidores publican materiales de fabricación diferentes, pero que representan el mismo interés. Celda (material de plástico importado de Gran Bretaña) y OPPA (material holandés).

polígono regular hay que sacarlo del encaje antes de hacer girar la forma plena, y después volverla a poner en una posición distinta en la que el encaje sea también posible. La observación «da vueltas», que califica de manera rudimentaria esta propiedad, permite distinguir círculo/disco no sólo de los polígonos regulares, sino también de las formas «redondas» como la oval.

- *Fase 2*: asociación visual táctil. Los marcos están en la caja táctil y las formas plenas a la vista, o al revés. El encaje confirma la validación.
- *Fase 3*: asociación táctil mediante encajes en una caja táctil.
- *Fase 4*: asociación visual a distancia. El encaje confirma la validación.

Expresión escrita

El uso de plantillas para trazar figuras geométricas puede permitir la realización de carteles, o servir de punto de partida para trabajos centrados más bien en un aspecto artístico. Su interés en las clases de 2-3 años es muy secundario comparado con las actividades de encaje. Por otra parte, las plantillas disponibles son muy poco variadas; en consecuencia, es importante no darles una importancia exagerada, que contribuya a estereotipar las representaciones mentales de los alumnos y alumnas sobre las figuras planas.

Evaluación

Referencial de competencias

- Emparejar figura plena y figura vacía de un encaje geométrico.
- Reproducir una figura sobre geoplano utilizando un dispositivo adecuado (tipo Maxicoloredo por ejemplo).

Tercera parte:
el ámbito numérico

9
La comparación de conjuntos

Puntos de referencia matemáticos

Elementos de historia de las matemáticas

Recordar cantidades es una necesidad muy antigua: en su forma más rudimentaria, se trata de poder tener la seguridad de la permanencia del número de objetos de un conjunto, o de comparar dos conjuntos.

El pastor que asume la responsabilidad de cuidar un rebaño del que aún no conoce los animales debe estar seguro de que cada tarde le lleva a su jefe el grupo completo. Si no son demasiados animales si cada uno tiene un nombre y si el pastor conoce bastante bien a cada uno para poderlo distinguir de los demás y acordarse de su nombre, memorizar esa lista le proporciona un instrumento de control; en el caso contrario, se puede formar un conjunto de referencia de piedrecitas: cuando sale el rebaño, o cuando se encarga de él un nuevo pastor, se mete en una bolsa una piedrecita por cada animal. Cuando llegue el momento de encerrar a los animales, se nombran uno por uno, haciéndoles franquear la barrera del redil o del cercado en el orden en que se ha memorizado su nombre, o bien se

saca una piedrecita de la bolsa a medida que van entrando: si se pronuncia el último nombre o se saca la última piedra de la bolsa cuando entra el último animal, todo está bien. Si hay más piedras que animales, es que se han perdido por el camino; y si hay menos piedras que animales, es que ha habido uno o varios nacimientos –cosa que a veces puede producirse–, o que se han traído animales que no pertenecen al rebaño.

En todos estos ejemplos, la seguridad de recordar la cantidad la garantiza la correspondencia término a término con un conjunto de referencia.

Una fase en la abstracción consiste en utilizar como conjunto de referencia no ya un conjunto físico, como las piedrecitas, ni un conjunto de nombres –variable según los contextos–, sino un conjunto constante de palabras, que en nuestra lengua empiezan así: «uno, dos, tres...». Veremos (capítulo 11: «La enumeración») que también en ese caso se efectúa una correspondencia término a término entre un conjunto dado y ese conjunto de referencia oral concreto. Se entiende, pues, la importancia fundamental de las actividades de comparación de conjuntos, que permitirán desarrollar abundantes competencias indispensables para la enumeración.

Conjuntos equipotentes

Dos conjuntos son «equipotentes» si es posible establecer una biyección entre sus elementos; en otras palabras, si todo elemento del primer conjunto puede relacionarse con un elemento (y sólo uno) del otro conjunto, y de forma recíproca. A esta biyección se la llama, en las clases de educación infantil, «correspondencia término a término». La relación de equipotencia entre conjuntos es una relación de equivalencia.

En la parte que trata sobre el desarrollo del pensamiento lógico, hemos visto una actividad que consiste en relacionar un objeto con otro objeto: la asociación o emparejamiento (véase el cuadro 2).

Cuadro 4

	Emparejamiento	Correspondencia término a término
La comparación se refiere…	a una propiedad de los objetos.	a una propiedad de los conjuntos (el número de elementos).
El nexo verbal utilizado…	... el mismo... que...	tanto como / más que / menos que.
Los objetos constituyen…	un conjunto u ocasionalmente dos conjuntos (que podríamos poner en uno solo).	dos conjuntos diferentes.
Se asocian dos elementos entre sí…	tomando un objeto cualquiera y asociándole el único objeto que posee la misma característica.	tomando un objeto cualquiera del primer conjunto y un objeto cualquiera del segundo conjunto.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Obstáculos que hay que vencer

La *determinación* de las cantidades discretas, dicho de otro modo: contar los elementos de un conjunto, resulta para la mayoría de los adultos tan familiar que a los maestros de educación infantil, sobre todo al principio de su vida profesional, les resulta muy difícil darse cuenta de la complejidad que esa tarea supone para el niño. Muchas veces les extrañan comportamientos que les parecen tan sorprendentes que tienden a atribuirlos a dificultades importantes de aprendizaje, cuando se trata de fenómenos perfectamente normales. Mencionamos aquí la conservación de las cantidades discretas, la cotidad sin cantidad y la inclusión de clases.

La conservación de las cantidades

La conservación de una cantidad discreta, es decir, compuesta de elementos reconocibles entre sí, así como la conservación de las cantidades continuas (véase

p. 305), se empieza a asimilar durante la educación infantil. Se trata del tan conocido experimento de las fichas, propuesta por Pierre Gréco, ayudante y colaborador de Jean Piaget, en 1962: consiste en alinear una docena de fichas azules separadas por unos milímetros cada una. A cada niño que participa en el experimento se le pide primero que utilice las fichas rojas de una caja que contiene unas treinta para poner tantas fichas rojas como azules. Después de hacerlo (el niño pone las fichas rojas cuidadosamente en frente de las azules) y después de que el niño afirme con seguridad la igualdad numérica de las fichas rojas y azules, Gréco desplaza la última ficha roja medio centímetro hacia la derecha y luego pregunta si hay más fichas azules o más fichas rojas. Aunque la persona que realiza el experimento haya actuado ante el niño y haya precisado: «Mira bien, no añado ninguna, no quito ninguna», muchos niños, hasta los seis o siete años, afirman que hay más fichas rojas. Se da una confusión entre separar y añadir, puesto que las transformaciones no se coordinan: no se trabaja la identidad (ni añadimos ni quitamos fichas), ni la reversibilidad (basta con desplazar hacia la izquierda la ficha que sobresale por la derecha para volver a la situación inicial), ni la compensación (sobresale, pero hay un espacio más grande respecto a la ficha que le precede).

Este comportamiento, que no se mantiene durante mucho tiempo, parece contradecir las competencias de los niños de corta edad: en efecto, desde los primeros meses, un niño demuestra que puede diferenciar un conjunto de dos objetos de un conjunto que posee uno solo o de otro de tres objetos (véase pág. 262). Esto está menos claro de lo que sugieren algunos textos: en efecto, si se pone al niño ante dos cajas de las que una de ellas contiene una hilera de seis Lacasitos rojos bastante juntos entre sí y la otra una hilera de cuatro Lacasitos azules mucho más separados, muy pocos niños se dejan engañar cuando se les pregunta qué caja de golosinas prefieren coger. La pregunta que se formula con el clásico mecanismo: «¿Hay más...?» quizás no la interpretan los niños como piensan los adultos; la situación no verbal, suponiendo simplemente que a los niños les encantan los caramelos, informa de una forma diferente sobre las competencias relativas a la comparación de conjuntos.

Comparación de conjuntos y cantidad

La comparación de conjuntos («tanto como», «más que», «menos que» se basa sobre todo en la correspondencia término a término o grupo a grupo y no en el

número[75]: en efecto, un niño capaz de determinar que hay *n* objetos en el conjunto C1 y *n* objetos en el conjunto C2 no saca forzosamente la conclusión de que hay tantos objetos en un conjunto como en otro; se trata en este caso del fenómeno de «cotidad sin cantidad», puesto de relieve por Pierre Gréco.

La inclusión de clases

Un caso particular de comparación de conjuntos se adquiere más tarde, mucho después de la edad de la educación infantil: se trata de la inclusión de clases, es decir, la comparación de conjuntos que no son disjuntos. Se han llevado a cabo varios estudios sobre este tema que han demostrado que el lenguaje, la percepción y la acción juegan un papel en este aprendizaje, pero aun cuando son condición necesaria, no es en absoluto suficiente. En particular, la formulación de una relación de inclusión entre un subconjunto y su clase contenedora («todos los gatos son animales») no nos asegura en absoluto que la noción lógica correspondiente se haya asimilado. Se han de superar dos tipos de obstáculos.

El primero se refiere al uso de «todos» y de «algunos»: proponemos un material formado por cinco círculos azules, dos cuadrados azules y dos cuadrados rojos, mezclados y dispuestos en una hilera; se formulan cuatro preguntas:

- ¿Todos los círculos son azules?
- ¿Todas las azules son círculos?
- ¿Todos los cuadrados son rojos?
- ¿Todos los rojos son cuadrados?

Sólo el 9% de los niños de cinco años responde correctamente a las cuatro preguntas.

75. Esto es sobre todo cierto cuando los conjuntos son infinitos: el conjunto de los enteros naturales tiene tantos elementos como el conjunto de los enteros pares (y no dos veces más, como se podría pensar) y tantos elementos como el conjunto de los racionales. En cambio, el conjunto de los números reales tiene más elementos que el conjunto de los enteros.

Procedimientos de comparación de conjuntos

La comparación de conjuntos no supone, ni siquiera en la edad adulta, que se recurra obligatoriamente a contar: la enumeración no es forzosamente una actividad numérica. El hecho de contar para comparar conjuntos no siempre es pertinente; muchas veces su uso posterior será lo que determinará qué procedimiento resulta más eficaz, no sólo para la comparación, sino también para la actividad siguiente.

Comparar dos conjuntos, igual que construir un conjunto que tenga el mismo número de elementos que un conjunto dado, es más fácil para los niños si lo hacen mediante procedimientos no numéricos que gracias a procedimientos numéricos, incluso cuando ya saben contar.

La comparación de conjuntos, sobre todo cuando coloca al niño en situaciones en que los movimientos que materializan la correspondencia término a término se han de diversificar en función del contexto, lleva al niño a:

- Coordinar la verificación simultánea de los elementos de los dos conjuntos.
- Controlar la evolución de la comprobación: hay que encontrar la forma de identificar los elementos que ya se han utilizado para distinguirlos de los que aún no se han utilizado.

Estas dos competencias son cruciales para la enumeración.

Este control y esta coordinación se efectúan con más facilidad si los elementos que constituyen los conjuntos son móviles: se puede entonces desplazar los objetos utilizados, e incluso colocar cada objeto del primer conjunto frente a un objeto del segundo conjunto.

Aspectos relativos al lenguaje

Conviene estar atento al uso (por parte del adulto) de un vocabulario correcto: cuando intentamos saber si hay «tantos... como...», debemos evitar el término «igual». En efecto, «igual» puede referirse al tamaño, a la forma, a la materia, al tipo... de los objetos, mientras que «tantos como» define la cantidad; es decir, el «número de» si estamos ante una cantidad discreta (cuyos elementos son diferenciables los

unos de los otros, al contrario que en una cantidad continua, como un líquido, por ejemplo).

Para los mayores (5-6 años) dos de los objetivos lingüísticos importantes sobre este tema afectan, por una parte, a la explicitación de la simetría de la igualdad (si el conjunto A tiene tantos objetos como el conjunto B, entonces el conjunto B tiene tantos objetos como el conjunto A); y por otra parte, a la preparación para la formulación de las dos relaciones recíprocas (si en el conjunto A hay menos objetos que en el conjunto B, hay más objetos en el conjunto B que en el conjunto A). Estos aspectos pueden abordarse ocasionalmente con alumnos más pequeños, sin que sea un objetivo de aprendizaje, propiamente dicho.

Variables didácticas

Es importante que las situaciones de comparación de conjuntos propuestas a los niños y las niñas permitan al maestro o maestra actuar sobre diversas variables:

- Tipo de conjuntos: pueden ser homogéneos (fichas, cubos, aunque sean de colores variados) o heterogéneos (un conjunto de cinco juguetes puede comportar un osito de peluche, una muñeca, una cuerda de saltar, un cochecito y un puzle; así mismo, un estuche puede contener tanto unas tijeras como un sacapuntas, una regla, un lápiz, un bolígrafo...); los dos conjuntos que se han de comparar pueden ser del mismo tipo o diferentes.
- Tamaño de los objetos: un conjunto de tres camiones ocupa más espacio que un conjunto de seis canicas, y sin embargo hay más canicas que camiones. Es indispensable plantear a los niños y las niñas que comparen dos conjuntos de objetos de tamaño muy variado, que no permitan una previsión fiable de forma cualitativa, y que los obligue a ir más allá de la simple impresión perceptiva.
- Tamaño del conjunto: puesto que la comparación de conjuntos tiene como objetivo desarrollar competencias prenuméricas y que se puede hacer sin saber contar, es importante que los niños se enfrenten a situaciones en que los conjuntos sean «incontables» (hasta doce o quince elementos en las clases de 0 a 3 años).

- Diferencia de cantidades entre los dos conjuntos : cuando el número de elementos es muy diferente en cada uno de los dos conjuntos, algunos puntos de referencia perceptivos les permiten con frecuencia contestar; así mismo, hay que disponer de estrategias adaptadas, que permitan una respuesta fiable incluso cuando la diferencia entre los dos conjuntos es sólo de una o dos unidades.
- Variedad de estrategias: no es indispensable comprobar uno por uno los objetos de los dos conjuntos que se han de comparar; las comparaciones grupo a grupo son no sólo perfectamente lícitas, sino preferibles, especialmente con los niños y niñas de 5-6 años. El número de objetos de los grupos no es necesariamente constante desde el principio hasta el final de la actividad de comparación de los conjuntos: para ser eficaz, basta con coger la misma cantidad de objetos de los dos conjuntos en cada fase. Sin embargo, para los más pequeños (2-3 años), e incluso con los de 3-4 años, no podemos esperar mucho más que la correspondencia término a término. En las clases de los mayores (5-6 años) la correspondencia grupo a grupo resulta interesante, pero no hay que conceder mayor importancia a la elección del tamaño de los grupos, que puede fluctuar en el curso de la comparación. Y por último, hasta empezar la primaria, no se prioriza la agrupación de cinco o de seis.
- Diversidad de los gestos que materializan las estrategias: superposición, alineación frente a frente, coordinación de desplazamientos (por ejemplo, en el caso de cubos y fichas, se puede poner un cubo encima de una ficha, o un cubo frente a una ficha; con judías y con vasitos, nos inclinamos más bien a poner una judía en cada vasito).
- Precisemos que las situaciones de manipulación suponen generalmente, en relación con situaciones representadas, una opción más perceptible para los niños y niñas; dan lugar también a una variedad más grande de estrategias de comparación.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



Actividad 106. Tantos materiales como alumnos

Objetivos pedagógicos

- Conseguir una distribución rápida de los objetos sin empujones.
- Distinguir cantidad y saturación.
- Pasar de una comparación perceptiva a una comparación argumentada, basándose en una estrategia de comparación.
- Comparar conjuntos de tamaño variado.
- Utilizar en situación las expresiones: «suficientes», «demasiados» «faltan».

Desarrollo

Al entrar en el aula, los alumnos y las alumnas se reparten arbitrariamente en grupos reducidos.

- *Fase 1*: el docente entrega a cada grupo un lote con material (pañuelos, por ejemplo). Cuando todos los grupos tienen su material y se han repartido los pañuelos, cada grupo ha de decir si todos los alumnos de su grupo tienen un pañuelo: ¿hay suficientes pañuelos para todos los alumnos? ¿Están justos, hay demasiados o faltan pañuelos?
  Si se presenta la ocasión, observar que «Hay demasiados alumnos» viene a ser lo mismo que «Faltan pañuelos».
- *Fase 2*: para cada grupo, su representante tendrá que coger, de una caja con muchos pañuelos, justo los que se necesita para que cada alumno de su grupo tenga el suyo.

Observación: acordarse de los nombres de cada miembro del grupo y coger un pañuelo para cada uno, sin olvidarse de nadie, es un procedimiento numérico eficaz.



Actividad 107. Los conejos y las zanahorias

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos pequeños.
- Utilizar un procedimiento de correspondencia término a término para comparar dos conjuntos.
- Utilizar en situación las expresiones: «suficientes», «demasiados», «faltan».

Desarrollo

Se colocan en el aula unos aros (las madrigueras) en los que se ponen algunos cilindros (uno o dos, o incluso tres si las competencias de los alumnos lo permiten), preferentemente de color rojo o naranja, que representan zanahorias: el número total de zanahorias es superior al número de alumnos presentes durante la sesión, pues las madrigueras no tienen todas el mismo número de zanahorias. Los alumnos son conejos. Corren por la sala. A una señal, dejan de correr y entran en una madriguera: en esa madriguera tiene que haber zanahorias suficientes para todos los conejos que se metan en ella.

Se comprueba colectivamente: lo más sencillo es que cada conejo coja una zanahoria sin abandonar la madriguera; no ha de quedar ningún conejo sin zanahoria, y ninguna zanahoria sin conejo.

Actividad ritual



Actividad 108. Las piedrecitas

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos pequeños.
- Utilizar un procedimiento de correspondencia término a término para comparar dos colecciones.
- Utilizar en situación las expresiones «suficientes», «demasiados» «faltan».

Desarrollo

El docente enseña un conjunto de vasitos.

- *Fase 1*: cada alumno coge de una bolsa un puñado de piedrecitas y dice si tiene suficientes, demasiadas o faltan. Se comprueba poniendo una piedrecita en cada vaso.

- *Fase 2*: cada alumno coge de la reserva de piedrecitas las que necesita para poder poner una piedrecita en cada vaso.

Esta actividad se volverá a hacer con variantes a lo largo del curso (véanse los capítulos siguientes).

Actividad de grupo



Actividad 109. ¿Suficientes? ¿demasiados? ¿faltan?

Objetivos pedagógicos

- Observar que una estimación global es poco precisa.
- Elaborar un procedimiento eficaz de comparación de los conjuntos.
- Utilizar en situación las expresiones: «suficientes», «demasiados», «faltan».

Desarrollo

El docente habrá preparado sobre una bandeja cierto número de objetos, por ejemplo fotos. ¿Hay suficientes para todos los niños que están sentados en el banco? A cada niño o niña se le pide que dé su opinión. (Asegurarse de que ningún niño vaya mientras tanto a sentarse allí y de que no se vaya ninguno de los que están.) Cuando todos hayan expresado su estimación, se busca una manera de comprobarla.

Se pueden observar resultados inesperados para un adulto. Un alumno propone dar un objeto a cada niño o niña, lo que es un excelente procedimiento de comprobación. Si no hay suficientes objetos para cada uno y el adulto propone: «Devolvédmelos; los voy a repartir más rápido» o «Voy a empezar por la otra punta» , es poco frecuente, en las clases de 2-3 años, que los alumnos o alumnas adivinen que eso no cambia nada.

Actividades funcionales o de la vida diaria



Actividad 110. Los collares para los rincones

Objetivos pedagógicos

- Organizar el grupo de alumnos y alumnas en los rincones de juego libre.
- Comparar pequeños conjuntos.
- Utilizar en situación el vocabulario: «suficientes», «demasiados», «faltan».

Desarrollo

Al ir a los rincones de juego libre, están a disposición de los niños y las niñas un número determinado de collares. Las normas de la clase determinan que sólo se puede ir a ese rincón de juego si se ha cogido antes un collar, que se devuelve a su lugar en cuanto se sale del rincón de juego. En caso de controversia, el docente habla con los alumnos: ¿hay suficientes collares para todos los alumnos o alumnas que quieren venir?, ¿hay más collares o más niños /niñas? Hay tantos niños o niñas como collares; ya no puede entrar nadie más...



Actividad 111. Comprobación del material preparado para un taller

Objetivos pedagógicos

- Conseguir silencio durante el tiempo que dura el trabajo en clase.
- Observar que una estimación global es poco precisa.
- Elaborar un procedimiento eficaz de comparación de los conjuntos.
- Utilizar en situación las «suficientes», «demasiados», «faltan».

Desarrollo

Antes de que empiece un taller, hay que tomarse tiempo para comprobar que los alumnos y las alumnas tienen suficiente material para que cada uno disponga de lo que necesita. Se trata pues de comparar el «conjunto» de los alumnos y el de un material determinado. Durante el curso, sucederán «anomalías»: sobra o falta material para los alumnos y las alumnas (primera forma de decirlo), no hay suficiente material (otra forma de decirlo), hay más alumnos que material

(expresión más difícil de utilizar para los alumnos de esta clase, pero que el docente no debe abstenerse de utilizar)...



Actividad 112. Poner la mesa del desayuno en el rincón de las muñecas

Objetivos pedagógicos

- Construir un conjunto que tenga tantos elementos como otro conjunto dado.
- Observar que una estimación global es poco fiable.
- Elaborar diferentes procedimientos eficaces de comparación de conjuntos.

Desarrollo

Se colocan una o dos muñecas en el rincón cocina: les gustaría desayunar. Hay que preparar los boles: hay que colocar suficientes boles para las muñecas, para que cada una tenga un bol y que no haya ningún bol de más ni muñeca sin bol. En un primer momento, una respuesta que consiste en poner cada una de las muñecas en una silla alrededor de la mesa, y colocar ante ella un bol es perfectamente correcta. Durante el curso, observamos que algunos alumnos son capaces de preparar el montón de boles antes de colocarlos, y que han previsto la cantidad correcta: resulta interesante intentar que expliquen su estrategia.

Podemos pedirles que preparen una mesa más compleja: bol y cuchara, o bien taza, platito y cuchara si se trata del desayuno. La preparación puede realizarla un alumno solo o un grupo de alumnos.

Material



Actividad 113. Juego de las cantidades

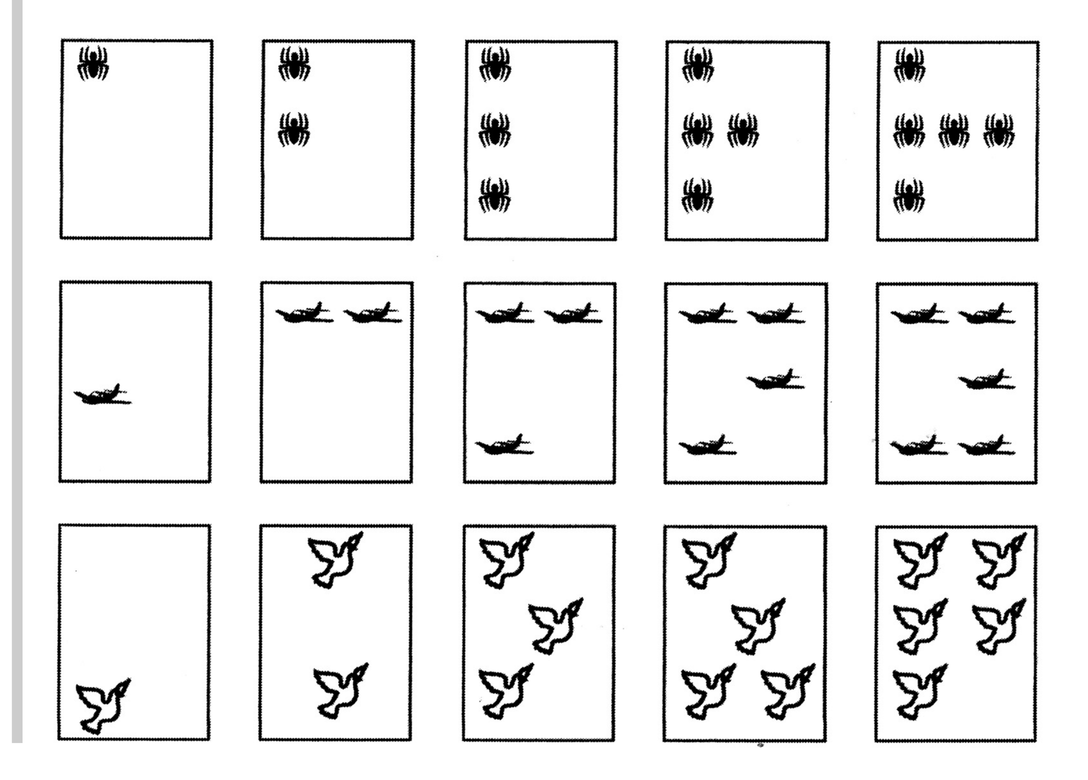
Objetivos pedagógicos

- Seleccionar o clasificar según un criterio no numérico o numérico.
- Comparar conjuntos.
- Poner en parejas según la cantidad.
- Utilizar en situación el vocabulario («tanto como», «más que», «menos que»).

Desarrollo

Este material está inspirado en una caja que comercializó la editorial Nathan en los años ochenta. Está formada por unas cartas en las que se representan conjuntos de 1 a 3 (o 5) objetos del mismo tipo, de objetos pequeños (piedrecitas, fichas, pequeños elementos de selección y clasificación como cochecitos, animales...), fáciles de manipular, en cantidades bastante grandes (unos veinte de cada tipo por lo menos), y de casilleros con uno o dos compartimentos.

Para fabricarse las cartas, preparar rectángulos de cartón pluma o cartulina lisa blanca, por ejemplo, que tengan todos las mismas dimensiones (aproximadamente 6 centímetros por 9 centímetros). Prever pegatinas o tampones con dibujos de tamaño pequeño, que no sobrepasen mucho 1 centímetro por 2 centímetros. Para cada tipo de dibujo, realizar una carta con un objeto, una carta con dos objetos y así para cada valor hasta tres (o cinco), procurando que la disposición espacial cambie, para un valor determinado, de una familia a otra. El número de familias no está limitado, el mínimo es tres. En los capítulos siguientes se describen otras cartas para enriquecer este trabajo sobre otros aspectos del ámbito numérico.



- *Fase 1*: exploración del material por parte de los alumnos y de las alumnas, actividades libres. El docente observa las actividades que los alumnos ponen en marcha de forma espontánea: repartir objetos (cada uno suele tener un tipo), usar preferente objetos manipulables o, al contrario, cartas; relacionar los diferentes tipos de objetos. Cuando los alumnos han podido satisfacer su curiosidad sobre estos nuevos objetos, se pueden empezar actividades más pautadas.
- *Fase 2*: cada alumno coge un puñado de fichas y un puñado de piedrecitas. ¿Tiene más fichas, más piedrecitas o tantas fichas como piedrecitas? ¿Alguien en el grupo tiene tantas... como otro alumno o alumna? Hacer que justifiquen la respuesta «creo que sí» o cualquier otra justificación puramente perfectiva constituye un primer nivel; una manipulación que consista en poner una piedrecita al lado de cada ficha, o encima, y deducir que hay «más» o «demasiadas» constituye un argumento más elaborado.
  Cuidado: no tenemos, por el momento, ninguna necesidad de nombrar las cantidades. Si un niño da una justificación indicando la cantidad, hay que decirle que su respuesta es exacta, si fuera necesario (en el caso contrario, indicar simplemente que no es necesario contar), sin dar un valor particular a ese tipo de argumento, e insistir en que podemos saber si hay más/tantas/menos fichas sin saber cuántas hay.
- *Fase 3*: el maestro o la maestra dispone sobre la mesa varias cajitas con un compartimento, en las que ha colocado previamente algunas fichas, de un solo color para cada cajita (trabajar primero con conjuntos de menos de seis objetos y aumentar las cantidades a lo largo del curso, en la medida de lo posible). Varias cajitas pueden contener la misma cantidad de fichas; en ese caso, el color no es el mismo en una u otra cajita. ¿Hay cajitas que contengan la misma cantidad de fichas? ¿Cuáles? ¿Por qué? Indicar a los alumnos que desplacen las fichas para establecer un argumento.
- *Fase 4*: cada alumno toma al azar una carta, y coge un puñado de fichas: ¿hay más fichas o más objetos dibujados en la carta? ¿Por qué?

A pesar del título (el que viene en la caja de origen), las actividades propuestas no son juegos, en el sentido en que utilizamos ese término: no hay ganador.

Juegos



Actividad 114. Ositos de colores

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos pequeños.
- Utilizar una estrategia para justificar el resultado de una comparación de conjuntos.
- Utilizar el vocabulario: «más que», «menos que», «más que» o «el que más...».

Desarrollo

Este juego Ravensburger se llama en alemán Farbenbär. Consta de ocho ositos de colores (cuatro, dos de cada color), dos dados con las caras de color y dieciséis cartas con tarros de miel. Se empieza el juego con un emparejamiento de colores: hay que colocar los ositos por pares del mismo color, y ponerlos de espaldas el uno contra el otro (están enfadados).

Regla 1: (hemos hablado de ella en la primera parte: «El desarrollo del pensamiento lógico», capítulo «Asociaciones por parejas», p. 75, actividad 18.)

Regla 2: cuando es el turno de cada jugador, éste tira los dados y le da la vuelta a un osito de cada uno según los colores indicados por el dado. Cuando consigue colocar dos ositos frente a frente, gana un tarro de miel, carta que coloca a su lado y la partida continúa hasta que los botes de miel se hayan acabado. Se comparan entonces los conjuntos de tarros de miel de cada uno: el que tiene más ha ganado.



Actividad 115. Juego de las conchas

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos pequeños.
- Utilizar una estrategia para justificar el resultado de una comparación de conjuntos.
- Utilizar el vocabulario: «suficientes», «demasiadas», «faltan».

Desarrollo

Para organizar este juego, basta con disponer:

- De una cantidad bastante importante de conchas del mismo tipo.

- De fichas redondas sobre las que se habrá dibujado una concha (más o menos en el centro de la ficha, cuatro ejemplares), dos conchas (cuatro ejemplares), tres conchas (colocadas ya sea en hileras, dos ejemplares, o en triángulo, dos ejemplares igualmente). Las fichas se colocan en una bolsa opaca, y las conchas en una caja con la tapa abierta durante el transcurso del juego.
- De cartones de juego con una tabla de dos casillas por cinco, con una medida que se adapte a las conchas.

A cada jugador se le da un cartón de juego; cuando es su turno, coge al azar una ficha de la bolsa, y tantas conchas de la caja como tiene dibujadas en la ficha. Puede comprobar que tiene: «suficientes» fichas colocando una concha en cada dibujo de la ficha, antes de colocar las conchas encima del cartón de juego. Las fichas se vuelven a colocar en la bolsa, que se remueve para barajarlas antes de continuar el juego, para que se mezclen bien las fichas. Gana el primero que ha completado su cartón de juego.



Actividad 116. Dominós con puntos

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos pequeños.
- Reconocer un conjunto gracias a las particularidades de la disposición espacial de los elementos.
- Asociar constelaciones de puntos.
- Respetar las reglas del juego de dominó.

Desarrollo

El dominó utilizado es el tradicional con puntitos pintados, formado por veintiocho piezas desde el doble cero hasta el doble seis. Se pueden aplicar diferentes reglas relativas al número de fichas que se reparten al principio de la partida, a cuándo se roba... Es preferible que jueguen un número reducido de alumnos o alumnas (mejor sólo dos), para que les toque enseguida jugar, uno tras otro, y no se desvíe su atención.

Observación: el juego de dominó tradicional con puntitos pintados no es un juego que haga trabajar forzosamente la cantidad: concierne únicamente a la asociación de las formas, como cualquier otro dominó (animales, juguetes), excepto si utilizamos «dominó de conjuntos raros».

Por consiguiente, la verbalización no tiene que ver con el número de puntos de la mitad de cada ficha, sino con el hecho de que hay «demasiados», «insuficientes», «suficientes» , o incluso «más» o «menos» o «tantos puntos como».

Expresión escrita

Si, en el transcurso de las diferentes actividades de comparación de conjuntos, se obtiene como resultado reconocer con los alumnos y alumnas algunas estrategias generales, se puede realizar un cartel que dé cuenta de esos procedimientos; por ejemplo:

- Colocar un objeto del primer conjunto encima de un objeto del segundo conjunto, sea cual sea la disposición espacial de las parejas realizadas de esta forma.
- Colocar los objetos frente a frente en dos hileras, etc.

Las fichas que tengan objetos de dos tipos, sobre las que hay trazar unas líneas que unan un objeto de un tipo con un objeto de otro tipo, no tienen, en general, ningún sentido para los alumnos y las alumnas de educación infantil. No ayudan a tomar conciencia de procedimientos posibles para comparar dos conjuntos y, sobre todo, no animan a diversificar esos procedimientos.

Evaluación

Referencial de competencias

- Comparar conjuntos (tengan o no el mismo número de objetos) por estimación puramente visual.
- Comparar conjuntos (tengan o no el mismo número de objetos) por correspondencia término a término.
- Saber identificar los elementos que ya se han tenido en cuenta y los que quedan por tratar.
- Comparar conjuntos (tengan o no el mismo número de objetos) aunque pueda haber errores de percepción (un conjunto tiene elementos de tamaño pequeño mientras que otro está formado por objetos grandes).

- Comprobar la comparación mediante el mismo procedimiento o con un procedimiento diferente.
- Construir un conjunto que tenga el mismo número de elementos que un conjunto dado.
- Utilizar: «tantos como», «demasiados», «insuficientes» para describir una situación.

Modalidades de evaluación

La evaluación se efectúa sobre conjuntos de objetos manipulables, cuyo número de elementos varía entre uno y seis (aproximadamente). No es indispensable organizar un dispositivo formal de evaluación, ya que la observación cotidiana de las prácticas de los alumnos en las actividades habituales proporciona generalmente una información suficientemente detallada y precisa.

10
La memorización de la canción infantil con números

Puntos de referencia matemáticos

Numeración

La representación simbólica de un número hace referencia a un sistema de numeración.

En el transcurso de las épocas y de las culturas, se han elaborado varios sistemas. En nuestra vida diaria nos enfrentamos, principalmente, a tres sistemas:

- El sistema oral de la numeración; es decir, la manera en que pronunciamos los nombres de los números.
- El sistema escrito de numeración con ayuda de las cifras árabes.
- El sistema escrito de numeración con ayuda de las cifras romanas, que cada vez tenemos menos oportunidad de practicar, pero que aún podemos vernos obligados a leer.

Una particularidad común a estos tres sistemas, que es una característica de todo sistema de numeración, es que se recurre a un número reducido de símbolos (palabras para la numeración oral, cifras para las numeraciones escritas) para representar cualquier número.

La numeración oral

De este modo, para la numeración oral, los dieciséis primeros números tienen cada uno un nombre, de «cero» a «quince». Luego, basta con sólo ocho palabras adicionales y cierto número de normas de combinaciones entre esas palabras[77]: con «veinte», «treinta», «cuarenta», «cincuenta», «sesenta», «setenta», «ochenta» y «noventa» se pueden formar todos los números comprendidos entre «dieciséis» y «noventa y nueve». Con una palabra más, «cien» (o «ciento») se pueden nombrar novecientos números más; y con otra palabra, «mil» podremos nombrar más de novecientos mil números...

Esto resulta menos complicado que una «lexicalización directa» (uso de una palabra específica para cada cantidad), pero se necesita conocer las reglas de formación de las expresiones verbales que designan una cantidad.

Esa cantidad que se ha de designar experimenta una descomposición aritmética en sumas y multiplicaciones que no restablece sistemáticamente la descomposición de rigor.

Y ese resultado se lexicaliza. El conocimiento de esas reglas es un objetivo de aprendizaje a partir de los 6 años.

77. N. de la T.: en francés tienen número los diecisiete primeros números, aunque varía en algunos países francófonos.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Diferentes aspectos del conocimiento de los números

Sabemos desde hace tiempo[78] que el grado de éxito en las tareas que ponen en juego un número dado varían considerablemente según el tipo mismo de actividad. Para un valor numérico *n*, la tarea más fácil consiste en recitar la serie de números, por lo menos hasta *n*; construir un conjunto que tenga tantos elementos como un conjunto dado y que tenga *n* objetos se consigue más adelante, así como enseñar tantos dedos como objetos se muestran, o tantos objetos como dedos se muestran. Luego vienen las competencias: decir cuántos objetos tiene un conjunto, y decir cuántos golpes se han oído o imitar un número de golpes dados; estas dos últimas se consiguen aún mucho más adelante.

Fases en la memorización de la canción infantil con números

Los niños distinguen muy pronto de las otras palabras las que sirven para contar; las memorizan sin prestar, en un primer momento, ninguna atención particular a cómo están ordenadas. Sin embargo, podemos citar casos en que se emplean otras palabras (por ejemplo, nombres de colores, en Pouliot, 2000).

En cuanto se memorizan cierto número de nombres de números, se observa que los integran en una serie generalmente compuesta por tres partes:

- Una parte inicial, estable y correcta : no varía de un recitado a otro, y se corresponde con la serie que enuncian los adultos.
- Una parte mediana, estable pero incorrecta: como la anterior, no cambia si se le pide al niño que la cante de nuevo, pero no se corresponde con lo que diría un adulto.

78. Trabajos de Descoeudres (1921) citados por Fayol, 1990.

- Una parte final, ni estable ni correcta: la modifican, tanto en las palabras pronunciadas como en el orden en que están, de una vez que la cantan a otra, y no sigue el orden habitual.

En el cuadro 5, un ejemplo de recitados de niños de dos a tres años (Pouliot, 2000); en negrita la parte estable y correcta, en cursiva la parte estable pero incorrecta, en letra normal la parte que no es ni estable ni correcta.

Cuadro 5

Primer recitado	Segundo recitado
1, 2, 3, *7*	**1, 2, 3,** *7*
1, 2, 3, 4, *6, 8, 5,* 4, 5	**1, 2, 3, 4,** *6, 8, 5,*
1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9	**1, 2, 3,** 5
1, 2, 4, 5, 6, 7	2, 4, 5, 6, 2
1, 2, 3, 4, 6, 4, 11, 14, 23, 5, 4, 5	**1, 2, 3,** 5, 6, 4, 11, 14, 23, 4, 5, 6, 11, 14
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, *4, 8, 4, 8*	**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,** *4, 8, 4, 8*
1, 2, 3, 4, 7, 13, 12	**1, 2, 3,** 13, 12
2, 3, 4, 2	4, 5, 2, 3
2, 3, 5, 8, 5, 8, 5, 8, 5, 8	*2, 3, 5, 8, 5, 8, 5, 8*
4, 6, 8, 4, 6, 40, 6	*4, 6,* 1, 1, 40
4, 1, 4, 6, 4	6, 4, 6, 4
1, 2, 3, 6, 3, 5	**1, 2, 3,** 2, 3, 2, 3
1, 2, 3, 4, 5, 10, 8, 15	**1, 2, 3,** 5, 9, 8
1, 2, 3, *4, 7, 3, 2,*	**1, 2, 3,** *4, 7, 3*
1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14	**1, 2, 3, 4, 5,** 6, 7, 8, 9, 4, 14

El dominio del algoritmo de la numeración

Hasta la escuela primaria, gracias al estudio conjunto de la numeración escrita (transcripción numérica) y de la numeración oral (conocimiento de los nombres de los números), el niño no puede acceder a la comprensión del algoritmo de la numeración, lo que le permite imaginar y nombrar los números apoyándose en la cantidad que designan, y no simplemente como términos de cierta categoría en una serie. Así es como «veinticinco» está formado como designación de una cantidad que representa dos decenas (número llamado «veinte») y cinco unidades, lo que es mucho más simple, tanto para la enumeración como para la comparación de dos cantidades, que situarla en el vigésimo quinto lugar de una canción infantil de tipo inmutable, como la V en nuestro alfabeto.

Herramientas de ayuda para memorizar la canción infantil con números

La memorización de una sucesión de nombres de números (canción infantil con números) en el orden convencional es indispensable para saber contar, pero no suficiente. Las competencias complementarias, en total cinco, se conocen por el nombre de «principios de Gelman» (véase en el cap. 11, «La enumeración», p. 266), de la misma forma que la memorización del orden de las letras del alfabeto es indispensable para utilizar un diccionario. Para contar bien, el recitado de la canción infantil con números ha de haber alcanzado cierto grado de virtuosismo, ya que el niño ha de tener en cuenta los cinco principios simultáneamente con la tarea de la enumeración. Este dominio se construye con ayuda de actividades variadas tales como:

- Memorización de canciones infantiles con números.
- Cantar la canción por gusto, como en las tradicionales retahílas, ya sea hasta un valor determinado previamente (tal es el caso, por ejemplo, de «En un café se rifa un gato, al que le toque el número cuatro: una, dos, tres y cuatro»).
- Recitado de la canción infantil con oralización parcial: juego del «túnel de números» (se empieza a recitar en voz alta y luego, ante una señal acorda-
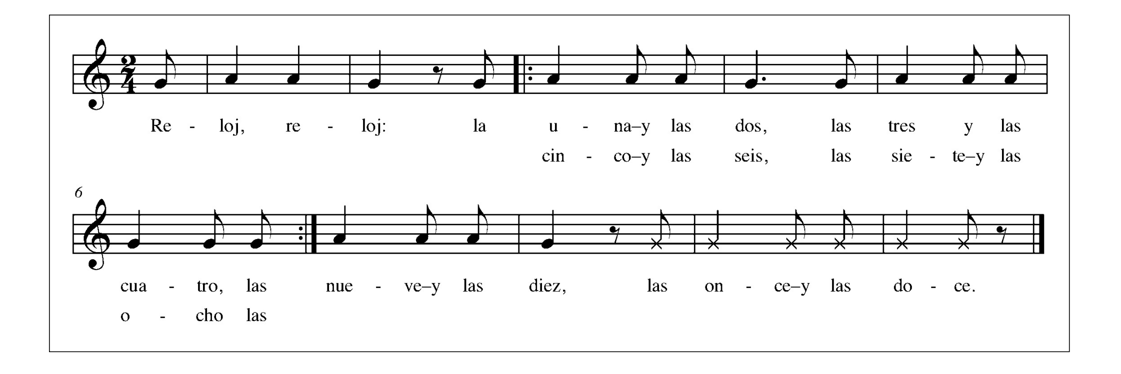
da, el recitado se sigue mentalmente, se retoma en voz alta al dar otra señal), juego del anillo (el director del juego elige a un niño que empieza a cantar, y se lo pasa a otro que ha de continuar, etc.), juego del «¡Plaf!, ¡al agua patos!» (véase Ermel, *Apprentissages numériques grande section*).

- Cantar la canción infantil de... a..., y al revés (cuenta atrás terminando en cero, que se conoce con el nombre de «juego del cohete espacial» o de... a...
- Práctica colectiva de contar muchos números con ayuda del adulto (el número de niños sentados en un banco, vasitos en una bandeja, tijeras encima de una mesa, todas las ocasiones son válidas para repetir una parte larga de la canción).

Unas después de otras, estas herramientas facilitan la memorización de los sonidos que forman la canción infantil con números. Como para la memorización de la canción «Una, doli, truá», la memorización de la canción infantil con números se efectúa en gran parte con palabras que todavía no tienen para el niño el significado de designación de una cantidad determinada. «Una, doli, truá»[79] está conformada por veintitrés sílabas (de las cuales las cinco primeras se repiten al final). Sin embargo, es una canción que pueden memorizar sin problemas los niños de muy corta edad.

Observación: constatamos que la mayoría de los niños que son capaces de realizar sin problemas actividades que consisten en contar los elementos de un conjunto que tenga n objetos o en construir un conjunto con *n* objetos pueden en general cantar la canción hasta *2n* aproximadamente sin que, por el momento, dispongamos de explicaciones teóricas de este fenómeno. Si en las clases de 2-3 años queremos que los alumnos y las alumnas alcancen el objetivo de cantar la canción hasta 5 o 6, y más aún, que puedan resolver problemas con números de inmediato [1-3] o [1-5] (por ejemplo, construir un conjunto que tenga n objetos, completar un conjunto para que tenga n objetos), es pertinente abordar las canciones infantiles que vayan quizás más allá: la canción tradicional «Reloj, reloj», que enuncia nombres de números hasta «doce» no está en absoluto fuera de lugar en estas clases.

79. N. de la T.: el texto completo, «Una, doli, truá, de la limenduá, osofete colorete, una, doli, truá» se entona sobre dos notas: sol y mi.



Aspectos relativos al lenguaje

Con los nombres de los números que tienen muchas dificultades de pronunciación, se aconseja tener cuidado en lo que se refiere a la articulación. Los «ce» de «once» hasta «diecinueve» pueden transformarse en «se» («onse», «dose»…); especialmente «dieciséis» hace intervenir dos fonemas vecinos /s/ - /θ/.

Todas estas palabras pueden trabajarse utilizando trabalenguas que suelen gustar a los niños: «Perejil comí, perejil cené. ¿Cuándo me desperejilaré?», «Pablito clavó un clavito. ¿Qué clavito clavó Pablito?», «Erre con erre, guitarra; erre con erre, carril; rápido ruedan las ruedas, rápido el ferrocarril», «Pepe pico pica papas con un pico. Con un pico pica papas Pepe pico».

Observación sobre el repertorio: a diferencia, por una parte, de lo que aceptamos como canciones infantiles sin números y, por la otra, de lo que viene de la tradición anglosajona, no disponemos, en nuestra tradición, de canciones infantiles que hagan referencia a nombres imaginarios de números.

Tipología de las canciones infantiles con números

Las canciones infantiles del repertorio tradicional están formuladas según estructuras muy variadas. Esta diversidad constituye una ventaja en la ayuda a la memorización, ya que permite diversificar los textos aprendidos en clase. Para ilustrar la tipología, mencionaremos uno o dos ejemplos de cada tipo de canción, y cada

docente podrá desarrollarla con textos sacados de abundantes recopilaciones sobre el tema o que habrá compuesto él mismo.

- Canciones para familiarizarse con los nombres de los números, que utilizan nombres de números arbitrarios:
  Cuchillito,
  navajita,
  pan caliente,
  diecinueve
  y veinte.
- Canciones con asonancias en las que la lista de objetos enumerados, por sus características sonoras, facilita la memorización del encadenamiento de los nombres de los números.
  A la una, mi aceituna
  A las dos, mi reloj.
  A las tres, mi café.
  A las cuatro, mi zapato.
  A las cinco, mi abanico,
  y a las seis: sota, caballo y rey.
- Canciones con historia con un desplazamiento simple (serie única):
  Una mañanita
  muy tempranita
  me levanté,
  me lavé,
  me peiné:
  un, dos tres.
  Me eché polvitos,
  subí al jardín,
  cogí una rosa
  la más hermosa
  y me marché.
  - Con encadenamiento:
    Un, dos, un, dos, tres, dice la Sardina
    Un, dos, un, dos, tres, que se va a la China
    Un, dos, un, dos, tres, come mandarinas
    Un, dos, un, dos, tres, en una tarrina,

Un, dos, un, dos, tres, le pido un poquito
Un, dos, un, dos, tres, coge un cuchillito
Un, dos, un, dos, tres, se corta un dedito
Un, dos, un, dos, tres, llora un poquito[80].

- O con encabalgamiento (cuidado, en el ejemplo siguiente no es sistemático)
  él mismo.
  Uno y dos, ¡tengo tos!
  Dos y tres ¡no me ves!
  Tres y cuatro ¡tengo un gato!
  Cuatro y cinco ¡doy un brinco!
  Seis y siete ¡saluda y vete!

- Canciones con historias que ofrecen segmentaciones diversas de la canción, y que son regulares: 1-2-3, 4-5-6...:
  Uno, dos y tres, come pan francés
  Cuatro, cinco y seis, y un bollito inglés
  Siete, ocho y nueve, cómelo si llueve[81].
  O bien 1-2, 3-4, o irregulares: 1-2, 3-4-5-, 6-7, 8-9-10-11-12..., donde se juega con imágenes de apoyo para facilitar la memorización de la serie numérica.
- Canciones con la formación de conjuntos materializados (juegos de dedos)

Mi manita tiene	(enseñar el puño cerrado)
cinco dedillos.	(enseñar la mano con los dedos desplegados)
El uno el chiquitillo,	(enseñar el dedo meñique)
el dos el del anillo,	(enseñar el meñique y el anular)
el tres el de la mano,	(enseñar el meñique, el anular y el corazón)
el cuatro el escribano,	(enseñar el meñique, el anular, el corazón y el índice)
y el cinco, el matapulgas	(enseñar los cinco dedos, moviendo el pulgar)
y piojos todo el año.	

80. Adaptación de *La sardina*, de Marc Vincent. Disponible en: *http://marcvincent.chanteur.free.fr/recueil/CD3_07.pdf*
81. Para encontrar otras canciones y retahílas véase, por ejemplo, las páginas *www.elhuevodechocolate.com*, *http://www.doslourdes.net/Canciones_inf_prim.htm* o *www.augustobriga.net/memoria/canciones_y_poemas.htm*

- Canciones que evocan conjuntos de referencia:
  Un piojo,
  dos ojos,
  tres pomelos,
  cuatro ciruelos,
  y en mi mano
  cinco dedos.
- Canciones que nos evocan conjuntos no materializados:
  - Sonoros:
    Una, dos y tres,
    pluma, tintero y papel,
    para escribir una carta
    a mi querido Manuel.
    Que una, que dos y que tres,
    pluma, tintero y papel.
  - O kinestésicos:
    Para hacer ejercicio
    voy a saltar,
    salto dos veces,
    para empezar.
    Para hacer ejercicio
    voy a saltar,
    salto tres veces
    y me voy a descansar[82].
- Canciones para contar hasta un valor determinado aleatorio:
  En un café, se rifa un pez,
  al que le toque el número tres:
  uno, dos y tres.
  En la casa de Pinocho,
  todos cuentan hasta ocho:
  ¡Uno, dos tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho!
  En la casa de Petete,

82. Adaptación de una canción de Sanuy, M. (1983): *Canciones populares e infantiles españolas*. Ministerio de Educación y Ciencia, p. 71.

todos cuentan hasta siete:
¡Uno, dos tres, cuatro, cinco, seis, siete!
(El interlocutor indica un número hasta el que el jugador tiene que contar)

- Canciones a las que una estrofa se añade a otra:
  Un elefante se balanceaba...
- Canciones a las que se les van quitando elementos de una estrofa a otra.
  El niño coloca su mano plana, con los dedos separados, en la mesa; el adulto marca en cada dedo en las sílabas subrayadas de la canción:
  Cu-cha-ra, sa-le-ro, es-con-do es-te de-do.
  Si hemos empezado con el pulgar, «ra» cae en el índice, que esconderemos. Empezamos de la misma forma, con los cuatro dedos... hasta que ya no nos quede ningún dedo por esconder.
- Canciones con ordinales (véase actividad 119, pp. 257-258):
  Los patitos a jugar
  el primero delante va...
  - Canciones con juegos de palabras (clases de 4-5 años y 5-6 años):
    La gallina, la jabada,
    puso un huevo en la cebada,
    puso uno, puso dos, puso tres,
    puso cuatro, puso cinco, puso seis,
    puso siete, puso ocho;
    que se esconda este bizcocho.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



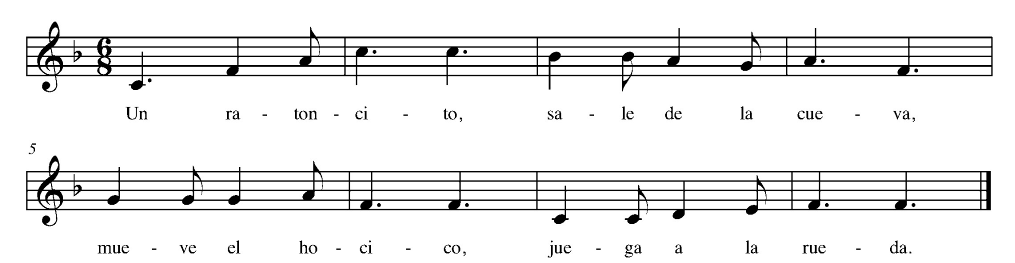
ACTIVIDAD 117. UN RATONCITO

Objetivos pedagógicos

- Familiarizarse con los nombres de los números.

- Memorizar los nombres de los números en el orden habitual de aparición en la canción infantil con números.
- Utilizar nombres de números en un contexto en que tienen un significado de cantidad.

Desarrollo



Dos ratoncitos…
Tres ratoncitos…
Cuatro ratoncitos…
Cinco ratoncitos…
(Esther S. de Schneider)

Los niños y las niñas se distribuyen en grupos de cinco integrantes. Cada grupo estará dentro de un aro. En la primera estrofa sale un niño que esperará fuera del aro. En la segunda, sale otro niño que se cogerá de las manos con el primero; juntos empezarán a dar vueltas. Cuando sale el tercero se une al corro y así, sucesivamente, hasta que han salido todos. Este juego cantado con una canción con números puede utilizarse como introducción a una actividad por parejas.
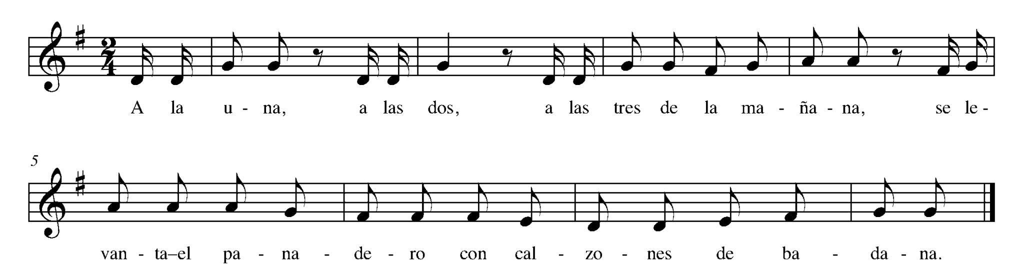


ACTIVIDAD 118. «A LA UNA, A LAS DOS»

Objetivos pedagógicos

- Familiarizarse con los nombres de los números.
- Memorizar los nombres de los números en el orden habitual de aparición en la canción infantil con números.
- Acompañar con gestos y con sonidos la formación del un conjunto de tres elementos no materializados.

Desarrollo



Los alumnos y alumnas forman un corro muy espaciado y se sueltan las manos. Cuando se dicen los números, van mostrando uno, dos o tres dedos según lo que corresponda. Luego, a partir de «se levanta el panadero...» giran en corro siguiendo la pulsación. Cuando se repite la canción, pueden reemplazar el movimiento de dedos por palmadas.



Actividad 119. «Los patitos a jugar»[83]

Objetivos pedagógicos

- Familiarizarse con los nombres de los números.
- Memorizar los nombres de los números en el orden habitual de aparición en la canción infantil con números.
- Formar grupos de tres.
- Utilizar adjetivos ordinales.

Los patitos a jugar
El primero delante va.
Luego sigue el segundo
y el tercero va detrás.
Los patitos a jugar
el primero delante va.

83. Adaptación de la canción original francesa: «Quand trois poules vont aux champs».

Desarrollo

Los alumnos forman hileras de tres y caminan uno detrás de otro. Cuando la canción dice: «la première va devant», el alumno o la alumna que va en primer lugar mueve los brazos como si fuera una gallina que bate las alas; cuando dice: «la deuxième suit la première» el alumno o alumna del medio es quien mueve los brazos»; y cuando dice: «la troisième est la dernière», el alumno de la cola mueve también los brazos.

Actividad ritual



ACTIVIDAD 120. MEMORIZACIÓN DE LAS CANCIONES INFANTILES CON NÚMEROS

Objetivos pedagógicos

- Familiarizarse con los nombres de los números.
- Memorizar los nombres de los números en el orden habitual de aparición en la canción infantil con números.
- Utilizar nombres de números en situaciones diversas.

Desarrollo

En las clases de 2-3 años se puede dar preferencia, además de a juegos cantados y gesticulados, a cinco tipos de canciones infantiles con números:

- Canciones para familiarizarse con los nombres de los números.
- Canciones que constan de una serie convenida única y corta de nombres de números.
- Canciones con aliteración.
- Canciones en que la serie de nombres de números se fracciona con regularidad.
- Canciones en que se forma un conjunto materializado.

La elección de las canciones tiene como objeto conseguir que, al final del curso, hayan memorizado la canción con números hasta el 12, introduciendo aproximadamente una nueva canción cada dos semanas; algunas son muy cortas, para poder presentar otro texto más (habitualmente sin relación con las matemáticas) para memorizar en ese periodo.

Actividades de grupo



Actividad 121. El pie de buey

Objetivos pedagógicos

- Memorizar la canción con números.
- Entrenarse a no decir en voz alta toda la letra de la canción con números.
- Decir el número que sigue a un número dado en el la letra de la canción con números.

Desarrollo

Este juego puede constituir una primera actividad de grupo. En efecto, resulta más agradable practicarla con pocos jugadores. Ésta es la regla tal y como la describe Marie Rey (1982):

> *Los niños se reúnen alrededor [de la maestra, sentada, que] empieza poniendo la mano derecha plana sobre sus rodillas; e inmediatamente después, cada niño, uno detrás de otro, coloca una de sus manos sobre las anteriores... lo que, al final, forma un montón bien grande. (Si hay muchos jugadores, cada uno de ellos pondrá una sola mano; pero si sólo son cuatro o cinco, pueden poner también la otra mano, pero en una segunda vuelta.)*
>
> *Cuando ya se ha formado el montón, la directora del juego cuya mano se encuentra debajo de todo, la retira diciendo un «uno» bien fuerte, y vuelve a colocar su mano rápidamente encima del montón. El jugador que ahora tiene la mano debajo hace lo mismo diciendo «dos»... y así hasta «ocho». [En las clases de 2-3 años, al principio], la directora del juego es la que va diciendo los números y guía y marca las idas y venidas de las manitas. Al llegar a «nueve» la última mano que sale del montón ha de coger la mano de otro jugador –que será el perdedor– diciendo: «Te pillé, pie de buey».*



Actividad 122. El anillo

Objetivos pedagógicos

- Memorizar la canción con números.
- Entrenarse a no decir en voz alta toda la letra de la canción con números.
- Decir el número que sigue a un número dado en la letra de la canción con números.

Desarrollo

Se trata de que un grupo de alumnos o alumnas canten, en orden, una canción con números y que cada uno de ellos diga un trocito de la serie.

- *Fase 1*: para empezar, se puede seguir con el juego del pie de buey, pero en lugar de decir todos juntos los números de «uno» a «nueve», los dice uno detrás de otro.
- *Fase 2*: después, se deja el juego del pie de buey, y se deja sólo que los alumnos o alumnas digan los números, uno tras otro.
- *Fase 3*: finalmente, el que dirige el juego «lleva el anillo» y designa al alumno que ha de decir el número siguiente: contrariamente a las etapas precedentes, no se pueden «preparar», ya que el orden de los oradores no está determinado previamente.

Actividades funcionales o de la vida diaria

La memorización de la canción infantil con números, en sentido estricto, no se presta a actividades funcionales o de la vida diaria. El uso que se hace de ella para contar se utiliza para nombrar mediante las actividades que indicaremos el siguiente capítulo.

Material

La actividad de memorización no necesita material que mejore su eficacia.

Juegos

Los alumnos y alumnas de las clases de 2-3 años no han avanzado lo bastante en la memorización de la canción con números como para poder proponerle juegos de manipulación que la desarrollen.

Expresión escrita

Las canciones con números pueden colgarse en un corcho, en la pared: según costumbre de la clase, se cuelga sólo una imagen que represente una canción (tres gallinas, una tras otra para «Quand trois poules vont aux champs...») o el texto. Es preferible que el texto de las canciones se les pase a las familias, a través del cuaderno de clase o de cualquier otra forma.

Evaluación

Referencial de competencias

- Enumerar la serie de números que hay en una canción con estructuras variadas.
- Cantar la canción (apuntar hasta qué número la canta de forma estable y correcta).

Modalidades de desarrollo

En las clases de los de 2-3 años, podemos prestar una atención relativa a la evolución de la memorización de las canciones infantiles con números. La observación de los alumnos día tras día basta generalmente para saber cómo va cada uno de ellos en relación a las tres competencias enunciadas más arriba.

Una ficha-canción individual donde se ponga la fecha en la casilla que corresponda al máximo de la «repetición fiel y correcta», y que se completará con tres o cuatro nuevos informes a lo largo del año, nos permitirá informar a los padres de las competencias de su hijo en ese terreno.

11
La enumeración

Puntos de referencia matemáticos

Contar los elementos de un conjunto es contestar a la pregunta: ¿cuántos elementos hay? Desde un punto de vista matemático, consiste en realizar una biyección (o dicho más sencillamente, una correspondencia término a término) con una parte del conjunto de los enteros naturales.

Enteros naturales

Aunque el concepto de entero natural sea intuitivo, o precisamente por eso mismo, hasta hace relativamente poco tiempo no se ha podido dar una definición formal de esos números, y eso gracias a los axiomas de Peano (matemático italiano, 1858-1932) y a los trabajos de Dedekind (matemático alemán 1831-1916).

Concepto de cardinal

El concepto de cardinal es una extensión de la noción de número de elementos. Decimos que dos conjuntos tienen el mismo cardinal, o que son equipotentes, si existe una biyección de uno sobre el otro. Por ejemplo, el conjunto de los enteros naturales pares es equipotente al conjunto de los enteros naturales; el conjunto de

los enteros naturales es equipotente al conjunto de los enteros relativos, así como al conjunto de los números racionales. En cambio, el conjunto de los enteros naturales y el conjunto de los números reales no son equipotentes.

Cantidades discretas

Cuando intentamos cuantificar una cantidad, pueden presentarse dos casos:

- La cantidad está constituida por elementos que pueden aislarse los unos de los otros: es discreta. Es el caso de un rebaño de ovejas, de una bolsa de canicas... Pasar al «tamaño» siguiente, es añadir un elemento: los números enteros permiten establecer un modelo de ese tipo de situaciones.
- La cantidad puede formar un todo del que no se podrían distinguir las partes que lo constituyen: es continua. Es el caso del agua contenida en un recipiente, de un tronco de leña, de un trozo de metal. Entre dos «tamaños» próximos, siempre es posible encontrar un «tamaño» intermedio: los números reales proporcionan un modelo teórico de esta situación, y los decimales dan una aproximación de ella que es suficiente para las necesidades experimentales.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Diferentes formas de contar

Según el tamaño del conjunto, procedemos de dos formas diferentes para saber cuántos elementos posee ese conjunto.

- La subitización[84] (anglo-americano *subitizing*): se designa de esta forma la capacidad de formular verbalmente la cantidad de elementos de un conjun-

84. El término «subitización» lo utilizan diversos autores con significados ligeramente diferentes. Sería de desear distinguir con otro término la capacidad de expresar la cantidad cuando los elementos ocupan una disposición espacial particular.

to con una percepción global, casi instantánea, independiente de la disposición espacial de los elementos. Se refiere sólo a cantidades muy pequeñas (hasta tres o cuatro), y no aumenta con el aprendizaje. Es parecida al conocimiento de los números que poseen los animales y los niños de corta edad: desde los primeros meses, un bebé a muestras de que nota la diferencia entre un conjunto de dos objetos y otro conjunto que posea uno solo o tres.

- El uso de la canción infantil con números: a partir de cierta cantidad, los animales no consiguen distinguir un número del que le sigue. El uso de conjuntos-muestra discretos o el de nombres de números, lo permite. Esta actividad, que recibiría el nombre de «recuento» supone que se conocen una serie de palabras-símbolos enunciados sistemáticamente en el mismo orden; es una actividad intelectual y lingüística compleja, que sobre todo nos lleva a ponerle sonido a una situación que trata de cantidades. Consiste en:
  - Tener en cuenta el conjunto en su globalidad, teniendo en cuenta cada uno de sus elementos (necesidad de una competencia relativa al barrido visual de un espacio).
  - Organizar físicamente o mentalmente el conjunto que se ha de enumerar en forma de hilera (por qué elemento vamos a empezar, qué elemento elegiremos después), aunque un cambio de este orden no modifique la cantidad.
  - Señalar gestual o mentalmente el primer elemento de esa hilera asociándolo (en voz alta o interiormente) a la primera palabra de la serie de palabras-símbolo.
  - Volver a empezar esa asociación con los elementos siguientes hasta agotar una hilera (señalando cada uno de los objetos sin omitir ninguno y sin pasar dos veces por el mismo).
  - Cuando ya no hay más objetos que contar, indicar con el último término utilizado de la serie de palabras-símbolo la cantidad total de elementos del conjunto.

Admitimos cierta similitud con la actividad de comparación de conjuntos, donde era necesario coordinar el recuento simultáneo de elementos de dos conjuntos (en este caso, el conjunto de objetos y la serie de palabras-símbolo) y controlar la evolución de ese recuento (que hemos denominado organización del conjunto en hilera).

Actualmente, varias teorías tienden a analizar cómo el niño o la niña pasa del conocimiento de la serie de los nombres de los números a su uso para determinar la cantidad de elementos de un conjunto. Incluso si difieren en muchos elementos, coinciden en reconocer que, si bien el conocimiento de la canción con números es indispensable, dista mucho de ser suficiente, aunque se memorice de forma fiel y correcta a la enunciación de los adultos. En efecto, para poder contar, es necesario dominar cinco competencias, «los principios de Gelman»:

1 Principio de adecuación única (asociación término a término entre las palabras de la canción y los objetos del conjunto que hay que contar, sin omisión ni repetición).
2 Principio de orden estable (la canción se canta sin cambiar el orden).
3 Principio cardinal (la última palabra pronunciada es la que designa el cardinal).
4 Principio de abstracción (no hay influencia del tipo –homogéneo o no– de los objetos del conjunto).
5 Principio de independencia del orden (si se señalan los objetos en otro orden, el cardinal no cambia).

Podemos constatar que el principio cardinal (la última palabra pronunciada cuando se cuenta designa la cantidad de objetos de todo el conjunto) no lo utilizan prácticamente nunca los adultos de forma observable: la conclusión que se saca de la enumeración se queda «en la cabeza», no se formula en voz alta. Le resulta pues muy difícil a un niño o una niña identificar ese comportamiento, que no se suele verbalizar. Parece que se facilita la adquisición de ese principio cuando el docente se esfuerza, de forma sistemática, en verbalizar explícitamente esa conclusión. Por ejemplo: «He vaciado un paquete de... encima de la mesa. ¿Cuántos hay? Vamos a contarlos juntos: uno, dos, tres cuatro, cinco, seis, siete; hay siete... encima de la mesa».

Resolver problemas para dar sentido a los números

Basándose en estas dos condiciones previas (comparación de conjuntos, memorización de la canción), y debido a que se encuentra frente a situaciones en que

contar tiene sentido, el niño o niña, progresivamente, «construirá el número»; es decir, pondrá en relación (en red): una palabra, una cantidad (abstracto) y la representación convencional de esa cantidad. De la misma forma que no se aprende un nombre de color, y un mes después otro... sino que, como vivimos en un mundo multicolor, nos familiarizamos progresivamente con el nombre de cada uno de ellos (que somos más capaces de utilizar como oyentes que como hablantes), tampoco aprendemos «el 1» durante un trimestre en las clases de 2-3 años, para luego «pasar al 2» y acabar en el 3 el último trimestre del curso. Según una bonita frase de Roland Charney, «los números son seres que viven en pandillas»: desde el principio de curso se nombra los números «uno» y «dos» en función de las situaciones que se presenten, y se amplía el campo a lo largo del curso, al tiempo que se observan los progresos realizados por los alumnos.

No por machacar la canción con números a medida que se van desplazando los objetos de un conjunto se adquieren las competencias numéricas, sino más bien a través de actividades funcionales (pedirle a un alumno que traiga, al mismo tiempo, dos tijeras para el grupo en el que están recortando: es perfectamente lícito que adopten estrategias no numéricas para resolver este problema), de vida diaria (imitación: comiditas de muñecas) y de actividades didácticas (materiales y juegos).

Variables didácticas

- El tipo de conjuntos influye en gran medida en la complejidad de la tarea, según que los objetos sean todos del mismo tipo (conjunto homogéneo) o no; que sean reales y desplazables, o materiales pero fijos, o sólo representados.
- El tamaño del conjunto constituye también una variable didáctica: se pueden distribuir los números en tres ámbitos numéricos, cuyos límites evolucionen a lo largo de la escolaridad.

Ámbito de la competencia o ámbito de los números conocidos

Es un segmento ordenado cuya amplitud aumenta progresivamente: de [1-2] a [1-5] en las clases de los de 2-3 años, en general de [1-10] a [0-30] al llegar a primaria, [0-100] al final de primero de primaria, [0-1000] al final de segundo, [0-10000] al final de tercero. Estos números se conocen bien, las competencias va-

rían según la edad de los niños o las niñas; en las clases de 2-3 años, un número forma parte del ámbito de los números conocidos si se dispone de un amplio abanico de situaciones que le dan sentido, si se sabe nombrarlo, representarlo de diversas formas (véase capítulo siguiente), y si se saben utilizar esas representaciones como medio para designarlo.

Ámbito de la frecuencia o ámbito de los números «explorados»

A medida de que el niño y la niña se van desarrollando, pierden elementos (que pasan al ámbito de los números conocidos) y ganan otros elementos (que provienen del ámbito de los números grandes). Es un ámbito incompleto (no contiene necesariamente todos los enteros comprendidos entre dos elementos de ese ámbito); los números que lo componen cobran sentido a partir de uno o de varios contextos de uso, procedentes de vivencias cotidianas (por ejemplo, en las clases de 2-3 años, los números hasta diez, más o menos, se conocen por canciones infantiles con historias, y pueden asociarse, en algunos casos –por ejemplo, cinco y diez– a juegos con dedos).

El ámbito de los «números grandes» o ámbito de lo parcialmente conocido

Muy incompleto, (como un cielo estrellado) está formado por números cuyo nombre se conoce y para los que existe por lo menos un contexto de uso: en las clases de 2-3 años, puede ser el caso de números de dos o tres cifras que indican una dirección («Vivo en la calle Bleuets, 28»), el número de un autobús que se coge habitualmente («Para ir al parque, cogemos el 94»); el hecho de que un niño pequeño o una niña pequeña diga un número no significa que sea capaz de reconocerlo si lo ve escrito.

Un número no es, de forma intrínseca, un «número grande». Depende, en principio, de la variedad de situaciones a las que se aplique: diez puede considerarse número grande (¿tiene diez trajes de baño? O, si tiene problemas de vista: ¿tiene diez pares de gafas? Algunas tribus no disponían de formas de contar más allá de veinte. Conforme los alumnos y las alumnas van creciendo, la diversidad de los contextos en que puede hacer funcionar los números aumenta, y se enfrentan a conjuntos cada vez más grandes: así es como un número dado pasa de la categoría de «número grande» a la de «número frecuente» y luego a la de «número conocido».

Durante toda la escolaridad, es necesario llevar a cabo un trabajo en paralelo en los tres ámbitos: especialmente en educación infantil, es indispensable un trabajo sobre los dos primeros ámbitos, y no simplemente sobre el ámbito que se ha de conocer.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



Actividad 123. Llevarse a casa

Objetivos pedagógicos

- Respetar una instrucción en lugar de coger tantos objetos como apetezcan.
- Formar un conjunto que tenga un número determinado de elementos.
- Comprobar, a través de una estrategia personal, si un conjunto está realmente formado por el número de elementos deseado.
- Utilizar los nombres de los números para comentar la situación.

Desarrollo

En la sala de juegos, el docente ha puesto en el suelo unos aros que representan la casa de cada niño o niña. En el otro extremo de la sala, o dispersos por la sala, se encuentran objetos diversos (saquitos, discos, anillas...). Se trata de que, a una señal del docente, vayan a buscar el número de objetos deseado y se los lleven a su casa, en una o en varias veces.

Por ejemplo: llevar dos objetos, llevar un objeto, llevar tres objetos.

Se comprueba sistemáticamente, por subitización, contando, comparando con un conjunto muestra (dos, como uno para cada mano).

Cuando parece que la actividad ha salido bien, se puede imponer una dificultad mayor: llevar de una vez el número de objetos indicado.



Actividad 124. La jaula para ardillas

Objetivos pedagógicos

- Formar equipos de dos personas.
- Si el alumno está solo, saber ponerse, por indicación del docente, solo o con otro alumno, en una jaula.
- Comprobar, a través de una estrategia personal, si hay el número deseado de ardillas en cada jaula.
- Utilizar los nombres de los números para comentar la situación.

Desarrollo

La mitad de la clase se reparte en equipos de dos alumnos, que se dan las manos para formar las jaulas para ardillas. Los otros alumnos se van moviendo solos, a su aire, por la sala (eventualmente, con un fondo musical). A una señal dada, el docente indica cuántas ardillas quiere que haya en cada jaula: por ejemplo, «una ardilla por jaula», o «dos ardillas por jaula». Se comprueba si la consigna se ha respetado bien en cada jaula.

Actividades rituales



Actividad 125. Juego de la caja de cartón[85]

Objetivos pedagógicos

- Memorizar un fragmento inicial corto de la canción con números.
- Asociar nombre de número y conjunto de dedos.
- Contar pequeñas cantidades (uno o dos) por subitización.

Desarrollo

Se coloca de forma bien a la vista en el rincón de trabajo en grupo una caja de cartón lo suficientemente grande para que un niño pueda esconderse en ella agachado. Un voluntario o vo-

85. Según una actividad de clase de Mme. Piard, escuela de educación infantil de Cachin, Bezon.

luntaria entra en la caja. El grupo-clase le dice para que salga: «¡uno, dos, tres, cucú!». El niño que se había escondido se levanta y se presenta con una canción, más o menos larga (evoluciona y se perfecciona durante del curso), que se refiere al esquema corporal, y señala una por una las partes nombradas: «Ésta es mi cabeza: tengo una nariz, dos ojos, una boca, dos orejas... Éste es mi brazo y ésta mi mano. Ésta es mi barriga. Ésta es mi pierna y éste mi pie. Me llamo... y soy [un niño / una niña].



Actividad 126. Contar grupos pequeños de alumnos o etiquetas-nombre

Objetivos pedagógicos

- Contar pequeñas cantidades (de uno a tres o cuatro).

Desarrollo

En el momento de las actividades rituales en grupo, contar elementos de conjuntos pequeños: número de alumnos (de niñas, de niños) que no han venido a clase, número de alumnos (niños o niñas) que llevan gafas...



Actividad 127. Las piedrecitas (2)

Objetivos pedagógicos

- Contar pequeñas cantidades.

Desarrollo

El profesor enseña en una bandeja un conjunto formado por unas cuantas piedrecitas. Cada alumno indica cuántas piedrecitas hay en la bandeja, y coge de una bolsa el mismo número de piedrecitas.

Esta actividad es la continuación de la actividad que recibe el mismo nombre y que se describe en esta misma parte; se vuelve a retomar con variantes a lo largo del curso (véanse pp. 234-235, actividad 108).

Actividades de grupo



Actividad 128. La caja de selección (2)

Objetivos pedagógicos

- Efectuar a simple vista una selección de objetos que presentan una característica determinada.
- Utilizar estrategias eficaces de selección.
- Contar pequeños conjuntos.

Desarrollo

En una caja bastante grande y de boca ancha, o en una bandeja, se colocan objetos que pueden clasificarse por un criterio como mínimo (por ejemplo: animalitos de formas y colores diferentes, fichas de colores diferentes, y de cuatro a seis ejemplares de cada tipo..., la cantidad puede variar dependiendo de los objetos). Hacer que un alumno o una alumna escoja un objeto y luego que lo nombre (si es posible y, si no, hacerlo en su lugar). Preguntarle entonces cuántos... hay en la caja. Hacer que otro alumno o alumna lo compruebe. Los alumnos y las alumnas son libres de mover los objetos de la bandeja si lo desean, tanto para elegir como para contar.



Actividad 129. La caja de las sorpresas (2)

Objetivos pedagógicos

- Efectuar a través del tacto una selección de objetos con la misma forma.
- Utilizar estrategias eficaces de selección.
- Contar pequeños conjuntos.

Desarrollo

Se enseñan una decena de objetos reales, que los niños nombran y que colocan en una caja táctil; una caja con un solo orificio resulta tan adecuada como otra con dos orificios; se introducen varios ejemplares idénticos de cada objeto en la caja; por ejemplo tres lápices, dos cubos con caras de un solo color, cinco bloques Duplo. El objetivo de la actividad es escoger

a través del tacto un objeto de la caja de sorpresas, decir qué es y luego contar en la caja todos los ejemplares de ese objeto antes de sacarlos.

Después se puede proponer el juego al revés: decir qué objeto se va a coger y contar todos los ejemplares de ese objeto que hay en la caja antes de sacarlos.

Actividades de la vida diaria



Actividad 130. Comprobar o preparar la cantidad de material necesaria para un taller

Objetivos pedagógicos

- Contar un conjunto formado por una pequeña cantidad de elementos.
- Construir un conjunto que tenga un número determinado de elementos.

Desarrollo

Aprovechar todas las ocasiones posibles para hacer comprobar si es correcta la cantidad de material que ha dicho el maestro o la maestra, si se trata de cantidades pequeñas: ¿cuántos alumnos y alumnas hay en el taller? ¿Cuántas tijeras tenemos encima de la mesa? ¿Hay unas tijeras para cada alumno o alumna? ¿Hay tantas tijeras como alumnos y alumnas?

Si las cantidades no pertenecen al ámbito de lo conocido, el docente puede proceder a contar ante los alumnos y alumnas, sin omitir la frase de conclusión.

En cuanto alguno de los alumnos o las alumnas parece saber contar una cantidad (sea cual sea el método que adopte, por subitización, contando o por comparación con un conjunto de referencia) se le pide que traiga esa cantidad de un objeto cualquiera: dos lápices, tres tijeras... Hacer que otro alumno o alumna lo compruebe.

Material



Actividad 131. Las cajas para ranas*

Objetivos pedagógicos

- Contar un conjunto formado por una pequeña cantidad de elementos.
- Construir un conjunto que tenga un número dado de elementos.
- Construir un conjunto que tenga tantos objetos como el conjunto de referencia.
- Reconocer una cantidad, independientemente de la disposición de los elementos del conjunto.
- Utilizar un procedimiento eficaz de comparación de conjuntos.

Desarrollo

El material consta de tres[86] cartas de referencia en las que se ha dibujado un nenúfar, dos nenúfares, tres nenúfares, de cajas (formato caja –tamaño grande– de cerillas) encima de las cuales se ha dibujado una rana, dos ranas, tres ranas y de seis etiquetas-rana, de un tamaño que permita guardarlas en las cajas.

- *Nivel 1*: la disposición de los nenúfares en las cartas-referencia y la de las ranas en el anverso de las cajas es idéntica, lo que permite un reconocimiento por simple asociación de las formas.
- *Nivel 2*: la disposición de los nenúfares en las cartas-referencia es diferente de la de las ranas en el anverso de las cajas: la asociación correcta sólo puede obtenerse por comparación de los conjuntos.

  Al principio de la actividad, las etiquetas están en las cajas, en igual número al de ranas representadas en el anverso de la caja. Puede resultar interesante que el niño compruebe que la caja en la que hay representada una sola rana contiene una sola etiqueta, etc. Las cajas están cerradas durante la actividad. Cuando los alumnos se han familiarizado ya un poco con el material y con las cantidades, se les puede encargar que pongan solos las cartas-ranas en las cajas.

86. Podemos llegar hasta cinco cajas en algunas clases, con un número de ranas que pueden variar de uno a cinco, el mismo número de fichas-ranas que hay que poner en las cajas (quince en total) y los tableros con constelaciones (habituales o no habituales) de uno a cinco nenúfares.

Se trata de asociar carta de referencia y caja en función del número de ranas representadas. Las etiquetas-rana sirven, cuando el niño ha efectuado las asociaciones con las cajas cerradas/ tablero, para permitirle comprobar la validez de su respuesta, sacando las etiquetas y colocándolas por una parte sobre las ranas del anverso de la caja (si no están seguros de que haya tantas ranas en la caja como en el dibujo de la parte superior de la caja) y, por la otra, sobre los nenúfares de las cartas de referencia: si el emparejamiento es correcto, se puede colocar cada rana encima de un nenúfar.

- *Nivel 3*: pedir al alumno que indique cuántas ranas están dibujadas en el tablero, en la parte de arriba de la caja y cuántas tarjetas-rana pone en la caja. Si la primera respuesta que da es correcta, resulta inútil volver a la canción y a contar cada elemento del conjunto, de manera que no se quite valor a la subitización o a un proceso mental: esta estrategia sólo se propone en caso de error.

* Pouliot, 2000.



Actividad 132. Cartas-cantidades

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos.
- Contar un conjunto de objetos no transportables.
- Contar un conjunto de objetos transportables.

Desarrollo

Disponemos de cartas de conjuntos en las que figuran unas cantidades (del ámbito de lo conocido, generalmente de uno a tres) de objetos diversos, en disposiciones distintas para cada cantidad. Se trata de seleccionar las cartas que poseen una cantidad determinada de elementos.



Actividad 133. Los cartones de juego

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos.
- Contar un conjunto de objetos no transportables.

- Construir un conjunto que tenga un número fijo de elementos.
- (o) construir un conjunto que tenga tantos elementos como otro conjunto dado.
- Contar un conjunto de objetos transportables.

Desarrollo

Este material está formado por cartas de conjuntos que poseen conjuntos de topos (mismo tamaño y mismo color de topos en una carta determinada), de fichas de colores a juego con los colores utilizados en las cartas de conjuntos y por cartones de juego que tienen cuatro hileras de cinco espacios, de la forma y del tamaño de las fichas.

Las cantidades que hay en cada cartón de juego se determinan en función del ámbito que ha de resultar conocido (generalmente hasta tres); las disposiciones varían de una tarjeta a otra para una cantidad determinada, y cada cantidad existe en diversos colores.

Antes de empezar la actividad, puede resultar útil proceder a una clasificación previa de las fichas según el color.

A cada jugador se le da un cartón de juego.

Uno de los alumnos, el lector, baraja las cartas y las junta en un montón, boca abajo. Coge la carta de encima y dice lo que está dibujado (por ejemplo, «tres amarillos»). Cada uno de los otros participantes, colectores o colectoras, coge entonces el número indicado de fichas de ese color (se comprueba que todos y todas hayan cogido la misma cantidad de fichas) y las coloca encima del cartón de juego a su gusto. Nos aseguraremos de que la carta indique realmente lo que se ha anunciado. El cartón de juego se deja entonces aparte.

Después de cinco tiradas, el lector ocupa el lugar de un colector, que pasará entonces a ser lector...

Juegos



Actividad 134. Fichas en cajas

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos.
- Contar un conjunto de objetos no transportables.
- Contar un conjunto de objetos transportables.
- Construir un conjunto que tenga un número determinado de elementos.

Desarrollo

El material necesario consiste en quince cajitas sin tapa, treinta fichas y doce cartas en las que hay dibujados conjuntos de uno a tres elementos.

Fase preliminar: las treinta fichas se colocan en un montón encima de la mesa. Se le dice a cada niño o niña que coja, con una sola mano, «muchas». ¿Cómo determinar quién es el/la que más tiene?

Cuando parece que ya se ha satisfecho la necesidad de coger «muchas fichas», podemos pasar a la fase de trabajo propiamente dicha.

Fase de trabajo: cinco de las cajas contienen una ficha[87], cinco contienen dos y cinco contienen tres (ya no quedan pues fichas en el montón encima de la mesa). Las cartas se barajan y se juntan en un montón, boca abajo. Cada alumno o alumna, por turnos, le da la vuelta a una carta, dice el número de objetos que hay dibujados y coge la cajita correspondiente. Si se equivoca emparejando el número de objetos representados en la carta y el número de fichas que hay en la caja, y no detecta su error, vuelve a poner la carta bajo el montón, y la caja con las demás cajas. Las fichas de las cajas pueden desplazarse (y en particular, colocarse encima de los objetos dibujados en la carta) para asegurarse de que se ha cogido la caja correcta. Podemos considerar que esta actividad es un juego si decidimos que al final gane el niño o la niña que tiene más cajitas; en caso de empate, el que tenga más fichas, gana. El número de cajas ha de ser superior al número de cartas para evitar que al final de la partida se hagan emparejamientos por defecto.



Actividad 135. Bingo de cantidades

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos.
- Contar los elementos de un conjunto no transportables.

Desarrollo

El juego consta de:

- Cuatro series de cartas que representan conjuntos homogéneos (mismos objetos, mismo color) en que las disposiciones espaciales varían según una cantidad dada.

87. Este reparto de fichas en las cajas pueden realizarlo los alumnos o las alumnas, bajo la supervisión del maestro o de la maestra.

- Cartones de juego con diez casillas, donde figuran los conjuntos de cartas anteriormente descritas: dos casillas corresponden a la cantidad 1, cuatro casillas a la cantidad 2 y cuatro a la cantidad 3. Las cantidades no están colocadas de la misma forma en los diferentes cartones y estos no poseen los mismos conjuntos. En las clases de 2-3 años, es preferible que una copia de cada una de las cartas de conjuntos figure en un cartón, y sólo en uno.

Se barajan las cartas-conjuntos y se ponen en un montón, boca abajo.

- *Etapa 1*: el que dirige el juego coge la carta de más arriba del montón y la enseña a los jugadores o las jugadoras. Aquel o aquella que tiene ese conjunto en su cartón lo dice, coge la carta y la coloca en el lugar adecuado de su cartón. Esto sólo requiere una competencia en emparejamiento de formas, pero las estrategias que se utilizan habitualmente exigen saber contar.
- *Etapa 2*: el que dirige el juego coge la carta de encima del montón sin enseñársela a los que juegan. Describe la carta, indicando el tipo, el color y el número de elementos del conjunto (por ejemplo, «tres orugas verdes»). El jugador o la jugadora que tiene ese conjunto en su cartón lo dice: el emparejamiento de formas interviene entonces como herramienta de comprobación.

En los dos casos, gana el primero que ha completado todas las casillas de su cartón.

Expresión escrita

Como este capítulo está dedicado a contar, no se prevén trabajos escritos: están presentes en los dos capítulos siguientes, que tratan de la representación de las cantidades.

Evaluación

Referencial de competencias

- Contar por subitización (tomar nota de las cantidades en las que este procedimiento se utiliza de forma fiable.)
- Utilizar la canción infantil para contar (tomar nota de las cantidades en las que este procedimiento se utiliza de forma fiable.)

Para las cantidades que no saben contar de manera fiable, qué competencias, entre las siguientes, se han adquirido ya:

- Enumerar los elementos de un conjunto sincronizando el recitado de la canción infantil y el recuento con la mano de los objetos, su desplazamiento o su ausencia (incluso si la canción es incorrecta).
- Diferenciar los objetos que se han contado ya de los que aún están por contar.
- Contar el conjunto por completo.
- Dejar de contar una vez se han contado ya todos los objetos.
- Indicar el número de objetos contados (uso del principio cardinal).

12

Representaciones convencionales analógicas del número

Puntos de referencia matemáticos

Algunas propiedades de los números se prestan muy bien a una representación visual, que se ha estudiado desde hace mucho tiempo:

- Los números pares e impares: los primeros son múltiplos de 2, de los que pueden escribirse $2n$ o también $n + n$, y en el caso de los impares añadiendo 1 a un número par.
- Los números poligonales, representados por un número de puntos distribuidos en un polígono regular convexo, de los cuales los más conocidos son los números triangulares:

1 3 6 10 15 21

y los números cuadrados (1, 4, 9, 16...)

1 4 9 16 25 36

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Elección de las representaciones

En educación infantil se utilizan diferentes representaciones analógicas de los números. Se trata de formas de representar de manera convencional, aunque sea analógica, una cantidad, y no de un soporte complementario para hacer cantar la canción infantil señalando con números: cantar la canción marcando con los dedos cada elemento del conjunto no se ha de hacer en ningún caso de forma sistemática: hay que reservarla como herramienta de comprobación si de entrada hay errores de reconocimiento si hay errores de reconocimiento al principio.

La elección de una representación no es nunca arbitraria, sino que se basa en diferentes razones. La primera legitimación está fundamentada en el uso social de la representación:

- Es el caso de las constelaciones o puntos del dado (puntos que representan números comprendidos entre uno y seis), dominós (puntos aislados que van de uno hasta seis e incluso hasta nueve, puntos dobles que pueden ir hasta doce e incluso dieciocho, en principio).
- Es también el caso de las configuraciones digitales; es decir, de la representación tradicional de los dedos: el 1 se representa con el índice levantado, el 2 con el índice y el corazón, el 3 con el índice, el corazón y el anular, el 4 con el índice, el corazón, el anular y el meñique y el 5 con todos los dedos de la mano. Más allá de esta cantidad, el número se representa como suma de 5 y un valor comprendido entre 0 y 5. Disponemos de este modo de representaciones de los números hasta el 10. Para cualquier otra forma

de agrupar los dedos, utilizamos la expresión «conjunto de dedos»: estas representaciones son muy útiles, pero como varían de una persona a otra, e incluso de un uso a otro por parte de la misma persona, no se trata de representaciones convencionales.

El otro argumento a favor de ciertas representaciones se basa en su interés matemático. Es el caso de:

- Las configuraciones digitales, indicadas anteriormente, que dan preferencia a las representaciones mentales que toman como base el 5.
- Los grupos de puntos o constelaciones de Herbinière-Lebert.

Basándose en una disposición que ya usó con cubos pequeños María Montessori, Mme. Herbinière-Lebert, inspectora general de escuelas de educación infantil, recomienda, a principios del siglo XX, un material que en aquella época difundió la editorial Nathan y que constaba de unas placas sobre las que figuraban unos círculos que representaban las cantidades de uno a diez: permite representar los números resaltando la propiedad de paridad, poniendo a la vez de relieve las diferentes descomposiciones aditivas, a las que la enseñanza de la época concedía una importancia primordial.

Variables didácticas

Hay dos variables que influyen en los procedimientos de utilización de las representaciones convencionales de los números:

- El ámbito numérico: en cuanto el número empieza a ser demasiado elevado, resulta indispensable una representación a través de dominós o de ensamblajes claramente identificados de representaciones convencionales.
- El tipo de representaciones convencionales: independientemente de que sean más o menos conocidas, como consecuencia de un uso más o menos frecuente o, dicho de otro modo, a igual frecuencia, algunos niños tienen más facilidad para recurrir a uno o a otro tipo de representación (muchas veces a los dedos, pero no exclusivamente).

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



ACTIVIDAD 136. CARRERA DE SACOS

Objetivos pedagógicos

- Reconocer una cantidad representada de forma convencional.
- Construir un conjunto que tenga un número dado de elementos.
- Contar los elementos de un conjunto pequeño.

Desarrollo

Se dispersan por la sala de psicomotricidad, antes de la llegada de alumnos y alumnas, unos saquitos bien cargados. El docente indica, con un cartón de puntitos, o enseñando un número de dedos determinado, cuántos saquitos hay que ir a buscar.



ACTIVIDAD 137. LAS ALFOMBRAS DE PUNTOS

Objetivos pedagógicos

- Reconocer una cantidad representada de forma convencional.
- Contar los elementos de un conjunto pequeño.

Desarrollo

Se distribuyen por distintos lugares de la sala de psicomotrocidad unas alfombras de puntos[88].

- *Fase 1*: agruparse alrededor de una constelación determinada, cuando se da una consigna verbal (se enseña la constelación, con un cartón de tamaño grande o tirando un dado gigante).

---

88. Se realizan de forma artesanal a partir de tela impermeable en la que se dibujan las estrellitas con rotulador permanente; además, existen en el mercado y son de unos 70 cm de lado.

- *Fase 2*: La misma actividad, pero la consigna es oral (el nombre del número). En las clases de de 2-3 años, nos podemos limitar a las constelaciones ⚀, ⚁, ⚂.

Actividades rituales



ACTIVIDAD 138. CONTAR A LOS QUE NO HAN ASISTIDO A CLASE

Objetivos pedagógicos

- Contar los elementos de un conjunto pequeño.
- Utilizar una representación convencional para designar una cantidad.

Desarrollo

Al lado de la lista de los que han asistido a clase, o en un cartel del rincón de actividades en grupo, se ponen las etiquetas-nombres de los alumnos que no han asistido a clase; hay unas bolsitas previstas para que se puedan colocar las etiquetas-constelaciones u otras representaciones convencionales.

Después de haber comprobado que las etiquetas que no se colgado en la lista son las de los alumnos o alumnas que no han asistido a clase, se cuenta el número de personas que no han asistido ese día y se dice la cantidad, escogiendo entre las etiquetas-representaciones de que se disponen.



ACTIVIDAD 139. LAS PIEDRECITAS (3)

Objetivos pedagógicos

- Reconocer una cantidad indicada mediante una representación convencional.
- Construir un conjunto que tenga un número dado de elementos.
- Contar los elementos de un conjunto pequeño.

Desarrollo

Tenemos una bolsa que contiene piedrecitas y etiquetas con representaciones convencionales de los números (los que queremos que conozcan).

- *Fase 1*: un alumno saca un puñadito de piedrecitas de una bolsa y le susurra al oído al maestro o maestra la cantidad que ha cogido. Enseña a todos esa cantidad colocando las piedrecitas de forma bien visible en un sitio adecuado (una bandeja, por ejemplo); otro alumno va a escoger, entre las etiquetas que representan las cantidades, la que indica el número de piedrecitas. Si se dispone de etiquetas de varios tipos de representaciones convencionales (por ejemplo: puntos, configuraciones digitales y configuraciones Herbinière-Lebert), varios alumnos o alumnas pueden escoger las etiquetas, una por tipo de representación.
- *Fase 2*: el alumno le dice al maestro o maestra el número de piedrecitas que va a coger antes de sacarlas de la bolsa; el resto se desarrolla del mismo modo.

Esta actividad se retoma con variantes a lo largo del curso.

Actividades de grupo



ACTIVIDAD 140. DICTADO DE NÚMEROS

Objetivos pedagógicos

- Reconocer una cantidad indicada mediante una representación convencional.
- Utilizar una representación convencional para indicar una cantidad.
- Contar los elementos de un conjunto pequeño.

Desarrollo

A cada alumno se le da una serie de cartones-representaciones convencionales de cantidades: entonces puede, según decida el maestro o maestra, disponer de un solo tipo de representaciones (ya sea constelaciones de puntos, configuraciones digitales o configuraciones Herbinière-Lebert) o de varios tipos.

El maestro o la maestra dice un número y cada niño o niña enseña el cartón-representación que corresponde.



ACTIVIDAD 141. DICTADO MUDO DE NÚMEROS

Objetivos pedagógicos

- Reconocer una cantidad indicada mediante una representación convencional.
- Construir un conjunto que tenga un número dado de elementos.
- Contar los elementos de un conjunto pequeño.

Desarrollo

A cada alumno se le da un conjunto de seis objetos, en una bolsa o en una caja y el maestro o la maestra tiene cartas-representaciones convencionales de cantidades, de uno o de varios tipos. El maestro enseña una carta: cada alumno o alumna construye un conjunto que tenga el número de elementos indicado en esa representación convencional.

Esta actividad es complementaria de la anterior.

Actividades funcionales o de la vida diaria

Las actividades funcionales o de la vida diaria no se prestan con facilidad al uso de las representaciones convencionales de los números, aunque sean analógicos. Esta carencia se ve compensada mediante el trabajo con materiales diversos y juegos.

Material



ACTIVIDAD 142. JUEGO DE LAS CANTIDADES (2)

Objetivos pedagógicos

- Reconocer una cantidad indicada mediante una representación convencional.
- Contar los elementos de un conjunto pequeño.
- Emparejar, seleccionar, clasificar conjuntos según la cantidad de elementos.

Desarrollo

Incrementar la cantidad de cartas del juego de las cantidades (véase actividad 113, pp. 237-239) con cartas que tienen los puntos de los dados, las configuraciones digitales y las configuraciones de Herbinière-Lebert (véase en la p. 170).

- *Fase 1*: se utilizan dos series de cartas simultáneamente, una con conjuntos figurativos y la otra con un tipo de representación convencional. Emparejar según la cantidad. Variar las opciones de conjuntos figurativos y de tipo de representaciones convencionales.
- *Fase 2*: la misma actividad de emparejamiento con dos series de cartas con tipos de representaciones convencionales.
- *Fase 3*: selección de cartas según la cantidad (se proporcionan varias series de cartas-conjuntos y representaciones convencionales).
- *Fase 4*: clasificación de las cartas.

Como anteriormente, a pesar del título, no se trata de un juego de tipo funcional, tal y como lo entendemos nosotros.



Actividad 143. Soporte para varillas y aros

Objetivos pedagógicos

- Reconocer una cantidad indicada mediante una representación convencional.
- Construir un conjunto que tenga un número dado de elementos.
- Contar los elementos de un conjunto pequeño.

Desarrollo

El material se compone de un soporte que tiene una o varias varillas, aros para meter en esa(s) varilla(s) y cartas con representaciones convencionales de las cantidades.

Se coloca una carta-representación debajo de la(cada) varilla: se trata de ensartar en esa varilla la cantidad de aros indicada.

Ese dispositivo puede reservarse para llevar a cabo la evaluación.

Juegos



ACTIVIDAD 144. FICHAS EN CAJAS (2)

Objetivos pedagógicos

- Reconocer una cantidad indicada mediante una representación convencional.
- Elegir entre varios conjuntos el que comporta un número dado de elementos.
- Contar un conjunto de objetos transportables.
- Comparar conjuntos

Desarrollo

El material, descrito en el capítulo anterior (pp. 276-277, actividad 134) está formado por quince cajitas que contienen, uno, dos o tres fichas, es decir, treinta fichas en total; se sustituyen las cartas-conjuntos por doce cartas-constelaciones (constelaciones habituales o no habituales) y por otras representaciones convencionales de las cantidades de uno a tres.

Se barajan las cartas y se juntan en un montón boca abajo. Cada alumno o alumna, cuando le toca, coge una carta, dice el número de objetos que figuran en ella y coge la caja correspondiente. Si se equivoca emparejando el número de puntos representados en una carta y el número de fichas que hay en la caja, sin darse cuenta de su error, vuelve a poner la carta en el montón, y la caja con las otras cajas. Las fichas de las cajas se pueden desplazar (y sobre todo hacia los puntos de las constelaciones) para asegurarse de que se ha cogido la caja correcta. Podemos convertir en juego esta actividad, si decidimos que al final gana el que tiene más cajas o, en el caso de empate, el que tiene más fichas.

El número de cajas es superior al número de fichas, para evitar que al final de la partida los emparejamientos se efectúen por defecto.



ACTIVIDAD 145. BINGO DE CONSTELACIONES DE PUNTOS

Objetivos pedagógicos

- Comparar conjuntos.
- Contar los elementos de un conjunto de elementos no transportables.

Desarrollo

El juego, similar al bingo de las cantidades utilizado en el capítulo anterior (véanse pp. 277-278) consta de:

- Cuatro series de cartas de representaciones convencionales (constelaciones de puntos del dado, configuraciones digitales, configuraciones Herbinière-Lebert) o no convencionales (puntos cuya disposición es diferente).
- Cartones de juego con seis casillas donde figuran las representaciones de las cartas que se han descrito anteriormente: dos casillas corresponden a la cantidad 1, cuatro a la cantidad 2 y cuatro a la cantidad 3. Las cantidades no están colocadas de la misma forma en los diferentes cartones y estos no contienen los mismos conjuntos. En las clases de 2-3 años es preferible que cada una de las cartas de representaciones figure, de igual forma, en un solo cartón.

Se barajan las cartas y se juntan en un montón, boca abajo.

El que dirige el juego le da la vuelta a la carta de encima del montón y se la enseña a los jugadores y jugadoras. El jugador o jugadora que tiene ese conjunto en su cartón lo dice, coge la carta y la coloca en el lugar adecuado de su cartón. Como en el bingo de las cantidades, este juego sólo precisa una competencia en el emparejamiento de formas, pero las estrategias habitualmente utilizadas exigen, en general, saber contar.

Las cantidades no están colocadas de la misma forma en los diferentes cartones y no poseen. En las clases de 2-3 años, es preferible que una copia de cada una de las cartas de conjuntos figure en un cartón, y sólo en uno

Expresión escrita

Se pueden realizar unos carteles como síntesis de las representaciones convencionales de los números. En las clases de los 2-3 años, se puede optar por una presentación en que cada cartel corresponda a una cantidad, y se va incrementando con los aprendizajes sucesivos: contiene un conjunto muestra y, si fuera necesario, la palabra que se asocia a esa cantidad en una canción infantil con asonancias que se ha memorizado previamente, la constelación de puntos del dado y la configuración digital...

Evaluación

Referencial de competencias

- Decir el nombre del número representado por una constelación de puntos.
- Decir el nombre del número representado por una configuración digital.
- Decir el nombre del número representado por una configuración Herbinière-Lebert.
- Mostrar una representación convencional que corresponde a un número dado.
- Construir un conjunto cuyo número de elementos está indicado por medio de una representación convencional.

Modalidades de evaluación

Las actividades de reagrupación y las «piedrecitas» permiten evaluar las primeras competencias.

El soporte para varillas con aros para ensartar, descrito entre el material de este capítulo, puede constituir un dispositivo de evaluación de la última competencia.

13

La escritura en cifras

Puntos de referencia matemáticos

¿Cifras o números?

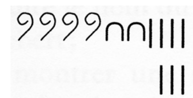
Las cifras son los caracteres utilizados para escribir simbólicamente los números. Así como hay, en nuestra lengua, palabras de una letra y palabras de varias letras, algunos números se escriben con una sola cifra y otros con varias cifras. Los números de una cifra no son los mismos en los diferentes sistemas de numeración escrita.

Algunos ejemplos de sistemas de numeración escrita

Un sistema de numeración es un conjunto finito de símbolos que designan algunos números específicos, gracias a los cuales se representan números arbitrarios, utilizando ciertas reglas de combinación de símbolos.

Uno de los sistemas más sencillos, semisimbólico, utiliza símbolos para representar ciertas cantidades (por ejemplo, 1, 10, 100, 1000), repitiéndolos tantas veces como sea necesario. Es el sistema de numeración egipcia, por ejemplo: la cantidad «uno» está representada por un palito I, la cantidad «diez» por un asa de

cesto (o una herradura), para «cien» se traza una espiral, etc. Así, el número 427 se escribe del siguiente modo:



Los números uno, diez, cien, mil... son pues números de una cifra en ese sistema de numeración, mientras que los números de dos a nueve, por ejemplo, se escriben con varias cifras.

El sistema romano de numeración utiliza un repertorio de símbolos más rico, ya que además de los valores uno (I), diez (X), cien (C), etc., se basa en agrupaciones de cinco: cinco (V), cincuenta (L), quinientos (D). La repetición no pasa nunca de tres, ya que a partir de ahí se utiliza una combinación sustractiva: IV para cinco menos uno, es decir cuatro, XC para cien menos diez, es decir noventa.

En este sistema de numeración, los números uno, cinco, diez, cincuenta, cien... son números de una cifra, mientras que se necesitan varias cifras para escribir dos, tres, cuatro, seis, siete...

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Conocer las cifras

Si saber leer un número escrito con cifras es una competencia cuya formulación no posee ninguna ambigüedad, saber escribir números utilizando su escritura con cifras puede designar tres competencias diferentes:

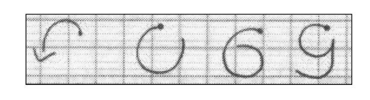
- Saber encontrar, en un conjunto desordenado de símbolos escritos, la que corresponde a un número dado; es lo que llamamos el componente intelectual de la escritura de los números. Para ello, disponemos de una herramienta perfectamente adaptada: las tarjetas con números. Tanto en educación infantil, así como durante los primeros años de la escuela primaria, es importante que se siga el mismo sistema, de forma que se evite una dicotomía entre los números, los «con» y los «sin».

- Saber escribir las cifras utilizando los símbolos numéricos, por ejemplo con ayuda de tarjetas con las cifras. Para ello se necesitan competencias de análisis de la escritura de las cifras, que es más propio de la enseñanza primaria que de los alumnos y las alumnas de 5-6 años de educación infantil. Las herramientas correspondientes, tarjetas con cifras y tarjetas Montessori se adaptan mejor a las clases de primaria.
- Saber trazar las cifras, componente motriz de la escritura de las cifras.

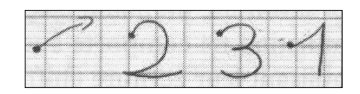
La caligrafía

Aunque podamos considerar que la caligrafía de las cifras no es indispensable en educación infantil, y que es mejor esperar a la etapa sensible propia de cada niño, es decir, el momento en que está realmente maduro para este aprendizaje que se realizará en ese momento de forma más rápida, fácil y segura, no podemos ignorar que los programas de 2002 mencionan explícitamente la caligrafía de las cifras como un aprendizaje indispensable en educación infantil. Si se empieza, este ha de ser un aprendizaje dirigido e individualizado; en otras palabras, ha de ser un taller principal en que el docente está presente y se preocupa de que la dinámica del trazo sea, desde el principio, la que conviene. En efecto, caligrafiar cifras no es ni proceder a una reproducción anárquica ni dibujarlos; el trazo de una cifra ha de efectuarse en un sentido muy preciso, que es el que permite la escritura más rápida con la menor deformación posible. Este conocimiento de la dinámica del trazo para escribir las cifras fue establecida empíricamente hacia el siglo XIX, en una época en que no se disponía de máquinas para producir escritos legibles. Las realizaban los escribanos, pagados a destajo, y por tanto obligados, para obtener un salario decente, a conseguir una escritura irreprochable pero sumamente rápida. Así como las letras no se aprenden de la *a* a la *z*, los números no se enseñan del 1 (o 0) al 9, sino por familias que representan un mismo gesto gráfico:

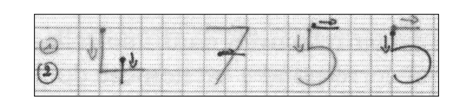
- Los números que se empiezan por arriba, con una curva que gira en el sentido inverso a las agujas del reloj: 0, 6, 9.



- Los números que se empiezan a media altura, subiendo: ya sea de forma rectilínea como el 1, ya sea en curva como el 2 o el 3.

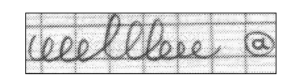


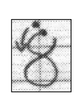
- Los números que se realizan levantando el lápiz en dos tiempos: 4, 7, 5 (este último puede escribirse de dos formas).



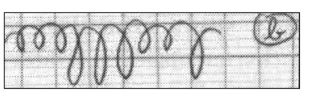
La caligrafía del 8 necesita una observación previa de las competencias del niño en el trazado de lazos: propondremos pues gamas gráficas que sirvan de evaluación diagnóstica para determinar la opción del trazado que hay que enseñar.

Efectivamente, constatamos que algunos niños tienen más facilidad para realizar correctamente los lazos de tipo (a), y otros los de tipo (b): su trazo es más fluido, se efectúa de manera más ágil y produce menos cansancio y tensión.





Los niños que se sienten más cómodos con los lazos (*a*) aprenden a trazar los 8 girándolos hacia la izquierda,



mientras que los que hacen mejor los lazos (*b*) los giran hacia la derecha.

Podríamos objetar que lo mismo pasa con el 0; sin embargo, el gesto necesario para trazar este número girándolo hacia la izquierda es indispensable para muchas letras: *c, o, a, d, q, g*. Resulta pues inútil dejar que se acostumbren a un gesto que sólo puede perturbar el aprendizaje de estos caracteres (Ministerio de Juventud, 2003, p. 31).

La caligrafía de las cifras no es, evidentemente, un objetivo para las clases de 3-4 años y aún menos para las de 2-3 años: lo ideal sería que el alumno o la alumna conociera las cantidades al menos hasta nueve (incluso sus representaciones convencionales analógicas) y que fuera capaz de utilizarlas para resolver problemas de construcción de conjuntos de un número dado de elementos, de modificaciones de conjuntos... antes de abordar la escritura con cifras, ya que así puede abordar las familias gráficas con signos que tienen sentido. Sin embargo, si vemos aparecer producciones «no domesticadas», lo que a veces puede ser indicio del principio de la fase sensible, es indispensable adoptar desde el principio trazos gráficos eficaces: únicamente con este objetivo abordamos en este libro la caligrafía de las cifras.

Algunas observaciones complementarias

- Ninguna letra, en nuestro alfabeto, posee un punto de inflexión como el del trazado del 8: en su parte rectilínea, las mayúsculas cursivas L y S cambian de sentido de concavidad.
- Así como los caracteres *a* y *g* difieren muy claramente en su versión impresa y en su trazado caligrafiado, un 4 manuscrito no es un 4 de imprenta. Así como es indispensable saber reconocer los caracteres *a* y *g* de imprenta, a nadie se le ocurriría obligar a los alumnos o alumnas a trazar así esas letras; lo mismo vale para las grafías 4 (que se lee pero no se escribe) y que ha de trazarse así 4 en escritura manuscrita.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



Actividad 146. Recorridos de circuitos en forma de cifras

Objetivos pedagógicos

- Elaborar representaciones kinestésicas de cifras.
- Preparar a largo plazo la organización de una dinámica correcta para escribir las cifras.
- Asociar cifras y nombres de números.

Desarrollo

En el suelo del aula de psicomotricidad, se trazan cifras en varios ejemplares de tamaño muy grande, ya sea con tiza o con una cuerda: las partes del principio y del final se marcan (por ejemplo, verde para el punto de salida y rojo para el punto de llegada). Para empezar se propone una sola familia de números (por ejemplo 2, 3, 1).

- *Fase 1*: recorrer el trayecto materializado por la línea de tiza o la cuerda, siguiendo el sentido y diciendo en voz alta el nombre del número correspondiente.

- *Fase 2*: los alumnos forman grupos en una línea de salida. Cuando el maestro o la maestra dice el nombre de un número, han de dirigirse hacia la cifra correspondiente y colocarse en el punto de salida del trazado.

Esta actividad puede organizarse como un taller restringido, en el que sólo pueden participar alumnos que han mostrado un interés previo por las cifras.



Actividad 147. Cifras gigantes

Objetivos pedagógicos

- Elaborar representaciones kinestésicas de escritura de números.
- Organizar una dinámica correcta para la escritura de números.
- Asociar escritura de cifras y nombres de cifras.

Desarrollo

En el mercado existen cifras gigantes (64 centímetros de altura)[88]. Se pueden realizar además carteles gigantes pegando en unos grandes paneles de cartón brillo números recortados en un material rugoso (tela de saco, tela de vidrio, papel de lija...).

Una indicación convencional (por ejemplo, un punto verde junto al que se ha trazado una flecha) señala el punto de salida y el movimiento de la escritura.

Como pasa con los recorridos, esta actividad sólo debe organizarse como respuesta a un interés por la escritura de las cifras que han mostrado ya los alumnos y las alumnas.

Actividades rituales

La escritura de las cifras no constituye un objetivo de la clase de 2-3 años: así es, las representaciones analógicas permiten, por medio de tarjetas-constelaciones, hablar sobre las cantidades con una forma escrita que tiene mucho más sentido para los alumnos. No propondremos pues ninguna actividad ritual sobre el tema en este apartado.

88. La comercialización es de Wesco.

Actividades de grupo

Las razones que nos llevan a no proponer en las clases de 2-3 años actividades rituales sobre la escritura de las cifras son válidas también para las actividades de grupo.

Actividades funcionales o de la vida cotidiana



ACTIVIDAD 148. CUBETA DE ARENA O DE SÉMOLA

Objetivos pedagógicos

- Elaborar representaciones kinestésicas de las cifras.
- Organizar una dinámica correcta para la escritura de las cifras.
- Proporcionar un soporte que permita la escritura con el dedo (sin utensilio de escribir).

Desarrollo

Si disponemos en la clase de una cubeta de arena, mejor que levante un poco del suelo, podemos utilizarla para que los niños y las niñas se ejerciten previamente en la caligrafía antes de utilizar papel y utensilio de escribir. En su defecto, se puede utilizar un plato hondo o un recipiente de madera (las cajitas que se utilizan para las botellas de vino van muy bien). Basta con un poco de arena o incluso de sémola fina.

La cubeta puede colocarse cerca de los carteles de números gigantes: después de haber retomado en los carteles la dinámica correcta del trazo para un número dado, el paso a la cubeta de arena conduce a un trazado de tamaño más reducido.

A esta actividad puede seguir, quizás, el trazado en papel, en talleres bien orientados.

Material



Actividad 149. Puzles cantidades escrituras de cifras

Objetivos pedagógicos

- Familiarizarse con la escritura de cantidades por medio de cifras.
- Emparejar la escritura de cifras y conjunto que tenga ese número de elementos.

Desarrollo

Los puzles que asocian cantidad y escritura de números son de dos tipos:

- Los que poseen dos trozos, uno con la escritura en cifras y el otro con la representación de un conjunto que posee ese número de elementos.
- Los que al juntar las piezas dejan una parte vacía con la forma de la cifra, en la cual aparecen un número de puntos en relieve que corresponden a la cifra en números. Poseen además en el reverso la indicación del sentido del trazado del número, y en el anverso de una de las piezas una constelación (línea de puntos para los números de 1 a 5 y apoyo sobre una base de cinco para los números de 6 a 10), al fondo de la imagen de un conjunto que posee ese número de elementos.

El tallado del puzle permite realizar el ensamblaje sin disponer de la competencia de «emparejar una cantidad y la cifra correspondiente»: esos puzles pueden proponerse desde la clase de 2-3 años.

Juegos

La escritura de los números no es lo bastante pertinente en la clase de 2-3 años para que se propongan juegos que permitan contribuir a un aprendizaje en este ámbito.

Expresión escrita

Los carteles con cifras gigantes, o una escritura de cifras en los carteles de números que se realizan durante las actividades relativas a las representaciones con-

vencionales, bastan, y únicamente se ponen por escrito si el interés de los alumnos lleva esas representaciones simbólicas.

Evaluación

Como la escritura de cifras no constituye un objetivo para la clase de 2-3 años, en este apartado no proponemos aquí ni referencial de competencias ni dispositivo de evaluación sobre el tema.

Cuarta parte: magnitudes, identificación e iniciación a las medidas

14

Magnitudes geométricas: longitudes, áreas y volúmenes

Puntos de referencia matemáticos

La medida es quizás, junto con la numeración, una de las ramas más antiguas de las matemáticas: en otra época tenía como objetivo dar respuesta a muchos problemas de tipo práctico, especialmente en los intercambios comerciales o en la solución de litigios relativos a la propiedad de las tierras. Progresivamente se constituyó como un campo de conocimientos separado de la geometría y distinto de la metrología, y se formalizó muy poco a poco ya que, a pesar de su aparente simplicidad, oculta muchas dificultades. Sin embargo, ya los griegos habían desarrollado el saber matemático sobre este tema y habían puesto de relieve cuestiones difíciles, tales como la inconmensurabilidad de ciertas magnitudes (la diagonal de un cuadrado no puede expresarse como una fracción del lado de ese cuadrado) y las paradojas en el paso al límite («demostraciones» de $\sqrt{2} = 2$ o de $\pi = 2$).

Primero se precisa la noción de magnitud, que pretende dar cuenta de ciertas propiedades observadas en los objetos materiales de forma experimental, y que

se intenta establecer como modelo. Se realizan comparaciones entre esos objetos, desde el punto de vista de la magnitud considerada, lo que nos lleva a determinar o bien que son «iguales» o bien que uno de ellos es «mejor» o «más» que el otro: los objetos se identifican de esta forma (se consideran idénticos) o se ordenan jerárquicamente; es decir, que establecen una relación de equivalencia y una relación de orden entre esos objetos.

Medir consiste en definir una función que asigna un valor numérico a cada tipo de equivalencia de la magnitud considerada. Esta función tiene las siguientes características:

- Toma el valor 0 para el objeto «nada[90]» y su clase; pero, para magnitudes, puede tener el mismo valor para objetos que no son «nada».
- Si dos objetos son equivalentes, su medida es idéntica.
- Si un objeto está contenido en otro, o si precede al segundo según una relación de orden establecida, la medida del primero es inferior a la medida del segundo.
- Si dos objetos sólo tienen en común un objeto de medida nula, la medida de su unión es igual a la suma de las medidas de esos dos objetos.

Mientras que las magnitudes geométricas, la masa y el tiempo pueden compararse y sumarse, no sucede lo mismo con todas las magnitudes; algunas sólo son identificables y no mensurables: es el caso del tiempo y de la temperatura, que se pueden comparar, pero no sumar. Por ejemplo, si un recipiente contiene un líquido a 5 grados y otro a 10 grados, 15 grados (5 + 10) no daría como resultado 15 grados.

El concepto de medida tal y como acabamos de mencionar, formulado a partir de mediciones sacadas de la vida cotidiana, se ha generalizado: la teoría de las probabilidades constituye hoy día una aplicación importante de ese concepto.

90. Conjunto vacío.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Medida y conservación de las cantidades continuas

La medida se basa fundamentalmente en la noción de conservación, que se va adquiriendo de forma progresiva durante la escolaridad, a una edad diferente según las magnitudes consideradas: las cantidades discretas son las primeras que se adquieren, más o menos al tiempo que las longitudes y las cantidades de líquidos; un año más tarde, aproximadamente, se adquiere la noción de conservación de la cantidad de sustancia. Otro año más y se logrará la noción de la conservación de masa y áreas; y por último, el volumen.

La conservación de la cantidad se va adquiriendo lentamente. Como con las otras magnitudes, necesita una deducción

> *más allá de las apariencias [lo que] viene a relacionar dichas apariencias con las causas que las han provocado. Ahora bien, esas causas no se dan en absoluto en una primera lectura.»* (Chalon-Blanc, 1997, p. 24)

Por ejemplo, le damos a un niño o a una niña una bola de plastilina, y le pedimos que, con otro trozo de plastilina, haga una bola igual en cantidad a la primera.

Nos aseguramos de que el niño piense que esas dos bolas son iguales y le pedimos que aplane una para hacer una torta, un crepe tan plano como sea posible. Le preguntamos entonces si hay más pasta en la bola o en el crepe. La afirmación de la igualdad de la cantidad a pesar de las apariencias perceptivas diferentes, o de la invariabilidad de la cantidad a pesar de la transformación, puede basarse en tres tipos de argumentos:

- El argumento de identidad: no hemos quitado materia, no hemos añadido; sólo hemos cambiado la forma.
- El argumento de reversibilidad: con el crep podríamos hacer una bola como la otra.
- El argumento de compensación: la bola es más alta, pero por arriba y por abajo es pequeña; el crep es plano, pero es mucho más ancho.

> *Ninguno de estos argumentos se saca de una primera lectura de los datos. Al contrario, la percepción incita a ver más, o bien en la bola, o bien en el crep, según el niño.* (Chalon-Blanc, 1997, pp. 23-24)

Un niño o una niña que es capaz de «conservar» no sólo ha memorizado, sino que también ha interiorizado las acciones, y las coordina entre sí. A la inversa, el niño o niña que no ha llegado aún a la noción de conservación recuerda los estados, pero no los relaciona entre sí.

Las etapas del aprendizaje

Cualquiera que sea la magnitud, son indispensables muchas manipulaciones: permiten a cada uno de los alumnos o alumnas crearse un bagaje de experiencias sensibles de referencia. La experiencia no basta para que las nociones se asienten: es necesario sobre todo proponer situaciones que hagan necesaria una anticipación, pues el material está destinado a una comprobación de las hipótesis formuladas. El concepto de magnitud aún no se ha conseguido al final de la escolaridad.

Una primera etapa tiene como objetivo poner de relieve la magnitud, estableciendo sobre todo su independencia de la forma. Puede abordarse desde la educación infantil. En lo que respecta a la longitud se trata, por ejemplo, de darse cuenta de que un cordón enrollado y el mismo estirado tienen la misma longitud, y de constatar que una cantidad de agua o de sólido en polvo (sal fina, arena fina) no cambia cuando se traslada de un recipiente a otro que tienen forma diferente, de entender que dos figuras que no tengan la misma apariencia pueden construirse una tras otra con las mismas piezas y utilizar un mismo conjunto de cubos encajables para fabricar alternativamente diferentes ensamblajes.

En una segunda etapa, se trata de comparar objetos de apariencia distinta, para establecer su equivalencia desde el punto de vista de la magnitud considerada, o bien sobre su orden jerárquico.

Las actividades con cuerdas o varitas de diferentes longitudes, los ensamblajes de piezas de puzles geométricos para realizar diversas figuras, la utilización de un lote de elementos de un juego de construcción para elaborar ensamblajes

variados, tener un montón de arena y que se renueve durante el curso con aportaciones de materiales complementarios y consignas que evolucionen a lo largo de los meses y de los años... todo eso contribuye a facilitar el aprendizaje de esos conceptos.

Hasta más tarde no aparece la posibilidad de escoger un modelo de referencia, y de usarlo para establecer una medida de la magnitud en función de ese modelo. Los cambios de modelos y la incidencia de ese cambio en el número que expresa esa medida contribuirán a dar sentido a la actividad. Esta corresponde esencialmente a una escolaridad posterior a la educación infantil.

Dificultades relativas a la elaboración de representaciones mentales eficaces relativas a las medidas

La resistencia a la influencia de los datos parásitos se ha hecho sentir desde hace mucho tiempo y resulta muy difícil resistirse a ella. Por ejemplo, la confusión entre área y perímetro, o por lo menos reticencia ante la independencia entre área y perímetro perdura mucho más allá de los años de aprendizaje. Ante el problema siguiente:

> Un balón de 32 centímetros de diámetro está rodeado por una cuerda A. Después de años de esfuerzo, se ha conseguido rodear la Tierra, siguiendo la línea del ecuador, con una cuerda B. Se decide entonces alzar las dos cuerdas 1 centímetro de forma uniforme, tanto alrededor de la Tierra como alrededor del balón. ¿Qué cuerda se ha alargado más? Recordemos que el radio de la Tierra es de unos 6.400 km.

¿No es lógico pensar que, cuando el área aumenta, el perímetro aumenta también más? Cuántos adultos que han hecho estudios superiores y que quizás están convencidos de que conocen bien el concepto de longitud, caen en la tentación de contestar que la que se ha alargado más sería la cuerda de alrededor de la Tierra, mientras que tanto la una como la otra sólo se ha alargado 6 cm más, ya que $2 \pi (r + 1) - 2 \pi r = 2\pi$, sea cual sea el valor de r.

Para distinguir de forma precisa entre el área y una vaga noción de volumen es necesario que surjan diferentes formas de considerar ese volumen; sobre todo hay que distinguir entre el área de una superficie y su diámetro[91] (es decir, la distancia más grande entre dos puntos de la superficie). Esta noción se utiliza intuitivamente en la vida diaria: si queremos pegar las figuras en un cuaderno, lo que importa es su diámetro, más que su área. Si la figura S1 se sale de la página del cuaderno, es demasiado voluminosa; sin embargo, su área puede ser inferior a la de la página del cuaderno.

Aspectos relativos al lenguaje

Las palabras constituyen un dato revelador de los conceptos a los que se refiere el que los utiliza: para que los alumnos puedan construir los conceptos correspondientes es indispensable que los docentes eviten emplear un término por otro, y que no utilicen, para designar objetos geométricos, nombres que se aplican a las magnitudes. Por desgracia, constatamos que en muchas fichas destinadas a los alumnos de educación infantil, así como en algunos libros utilizados en las clases de primaria, con frecuencia aparecen errores, sobre «volumen» especialmente.

El cuadro 6 permite situar rápidamente un término en función de las dimensiones y de las categorías conceptuales a las que se refiere.

El vocabulario corriente emplea, para la magnitud «longitud», términos diferentes según el contexto: longitud, anchura, altura, espesor, profundidad, e incluso tamaño, diámetro, grosor, altitud, nivel, envergadura, holgura, amplitud, elevación, bao, alargo... Algunas de estas palabras indican una dirección determinada: por ejemplo, la longitud de un objeto tridimensional es también la dimensión horizontal paralela a la línea de los hombros (en otras palabras, perpendicular al radio visual), las dos otras dimensiones se llaman, en ese caso, «altura» o «espesor» y «profundidad». A veces, la dirección varía según las situaciones: por ejemplo, «profundidad» cuando se habla de un mueble designa una dimensión horizontal, mientras que cuando se habla de un pozo se trata de

91. Se trata de un concepto geométrico, que coincide con el significado usual de este término en el caso del círculo o del disco. No es objeto de aprendizaje en la enseñanza francesa.

Cuadro 6

OBJETOS MATERIALES	OBJETO GEOMÉTRICO	MAGNITUD
Palos, dibujos (rectilíneos o no), trozos de alambre.	Segmento, arco.	Longitud.
Materiales rígidos en hojas, fichas.	Superficie.	Área.
Cajas, piezas de juegos de construcción.	Cuerpo geométrico.	Volumen.

una dimensión vertical, y para una madriguera de conejos, una dirección arbitraria, que además puede no ser constante. Otras palabras sobreentienden una relación entre dimensiones; por ejemplo, para un objeto de forma rectangular, se utiliza más a menudo el término «longitud» para designar la longitud de sus lados más grandes y «anchura» para los más cortos; es lo que sucede con el sobre de una mesa, por ejemplo.

En cambio, el término «longitud» no se utiliza generalmente para un cuadro de forma rectangular: se habla entonces de «anchura» para la dimensión horizontal (se supone que el cuadro está colgado en la pared) y de «altura» para la dimensión vertical; la anchura puede ser inferior a la altura (formato «retrato») o ser superior a ella (formato «paisaje»). Siempre en este sentido y para un objeto tridimensional, la anchura es muchas veces la dimensión media entre «longitud» y «altura».

Variables didácticas

El tipo de espacio al que se refiere (micro, meso, macro), la posibilidad o no de proceder a una comparación directa, el o los sentidos utilizados (táctil, visual), el tipo de objetos que comparamos (materiales representados, y en este caso manipulables o fijos) y el tipo de magnitud geométrica constituyen otras tantas variables didácticas. En las clases de educación infantil, nos limitamos a situaciones simplemente conocidas, que permiten empezar a dar sentido a las cuestiones sobre magnitudes geométricas y su medida.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividad motriz global



ACTIVIDAD 150. LOS MOZOS DE MUDANZAS (1)

Objetivos pedagógicos

- Comparar objetos según su volumen.
- Ordenar objetos por volumen creciente.
- Observar algunos fenómenos físicos relacionados con el volumen.
- Poner de relieve la conservación de un volumen con isometrías.

Desarrollo

Esta actividad puede ponerse en marcha en cuanto se dispone de triciclos o de camiones con remolque: se pone a la disposición de los alumnos y alumnas cajas de cartón (vacías pero cerradas) de tamaños diversos.

Casi siempre, incluso sin que se tengan que explicar las consignas, cada usuario de vehículo desea transportar una o dos cajas de cartón. Casi siempre eligen las más voluminosas: resulta útil tener cajas cuyo tamaño sea mayor que la altura de los niños o niñas; como aún no tienen la edad de plantearse fácilmente la cooperación entre ellos, se ven obligados a cambiar de lado la caja para poder cogerla mejor. Podemos observar, o provocar, diálogos en los que tengan que comparar («la mía es más grande»), ocasionando un principio de argumentación: ¿la caja se ha hecho más pequeña cuando hemos conseguido agarrarla? ¿Era más grande cuando no podíamos cogerla?

Le emulación lleva a intentar transportar de una sola vez varios paquetes, y constatamos que una torre es más estable si colocamos los objetos más grandes debajo del montón en lugar de ponerlos en la parte de más arriba, lo que constituye una primera aproximación a la seriación.

Los cartones que tengan unas dimensionas muy superiores a las demás (el doble, por ejemplo) pueden ser fáciles de transportar «de pie», para evitar que se enganchen durante el recorrido: es una nueva ocasión para hacer preguntas sobre su «tamaño».

Todo esto no ha de pasar de ser una forma de despertar el interés sobre el tema.

Actividad ritual



ACTIVIDAD 151. JUGAR A QUIÉN TIENE EL PALITO MÁS CORTO

Esta forma tradicional de designación aleatoria se ha presentado como actividad ritual en el capítulo «orden» de la primera parte (véanse pp. 105-106, actividad 35); se refiere a la comparación de longitudes.

Actividad de grupo



ACTIVIDAD 152. EL SALTO DE LA RANA

Objetivos pedagógicos

- Experimentar la necesidad de una localización simultánea de las posiciones respectivas de las dos extremidades de cada uno de los objetos para poner en orden las longitudes.
- Comparar longitudes.
- Ordenar por orden creciente o decreciente de longitud.

Desarrollo

Este juego (cuyo nombre original es Hopse Frosch) está formado por una caja de ordenación que sirve para las tiradas aleatorias, una rana (que aquí no utilizamos) y unos palitos de diferentes longitudes.

Cada alumno saca al azar un palito y luego compara la longitud: se puede proceder en una primera etapa por estimación visual global (¿quién tiene el palito más pequeño de todos?, ¿quién tiene el más grande de todos?) y ordenarlos, y luego comprobar por yuxtaposición.

Actividades funcionales o de la vida diaria



ACTIVIDAD 153. RINCÓN DE ARENA

Objetivos

- Sensibilizar a a la higiene y a la limpieza.
- Desarrollar la motricidad fina.
- Flexibilizar la muñeca.
- Aumentar el bagaje experimental y las representaciones mentales relativas a la estructuración del espacio.
- Experimentar la conservación de las cantidades continuas por trasvase.
- Comparar cantidades continuas.
- Utilizar en contexto el vocabulario sensorial, los verbos de acción relacionados con el trasvase, las designaciones de utensilios...

Desarrollo

La legislación prohíbe desde hace algunos años las zonas de arena en el recreo de las escuelas, debido a la imposibilidad de garantizar la higiene de manera satisfactoria. Por eso es aún más importante organizarla en las clases. La zona de arena propiamente dicha se puede poner en el suelo, disponerla como en una especie de mesa, o bien habilitar un lugar más sencillo con ayuda de barreños o cajitas. Algunos accesorios, que se modificarán al ritmo de los aprendizajes, contribuyen a renovar el interés y a orientar los aprendizajes. Al lado del arenal, una escobita, un cepillo, un recogedor y un cubo proporcionan a los alumnos y alumnas el material indispensable para limpiar los contornos al final de la actividad y antes de pasar a la siguiente; al acabar, los alumnos y alumnas tendrían que poder lavarse las manos.

El rincón de arena puede se puede utilizar a primera hora o en los momentos de juego libre, pero en ese caso se ha de estructurar para permitir que existan aprendizajes verdaderos para el conjunto de la clase; puede igualmente presentarse en forma de un taller. Generalmente, es preferible que se limite a dos los alumnos o las alumnas que están en la zona de arena.

- *Etapa 1*: exploración libre. Poner a disposición el barreño de arena, lleno hasta media altura de arena seca o de sémola, algunos recipientes de tamaños y formas diversas, una palita y una cuchara sopera.

- *Etapa 2*: trasvases. Los recipientes, de tamaños y formas variadas, han de ser bastante numerosos.
- *Etapa 3*: realización en arena húmeda, pero no «chorreando» (la sémola no va bien para esta etapa). Los recipientes son principalmente moldes, vasitos, cubetas y cubos diversos; varios tipos de palas permiten adaptar la herramienta a la función: llenar con ayuda de una pala honda, amontonar con una pala plana. Los trabajos pueden ir desde los flanes de arena hasta los castillos.
- *Etapa 4*: restos o marcas en la arena. Si utilizamos arena, puede ser seca o húmeda (pero no chorreando); si se utiliza sémola, es mejor una sémola fina a la de grano grueso, y se utiliza seca; con muy poca cantidad basta, extendida en una capa fina. No se les da ningún recipiente a los alumnos y alumnas; sin embargo, disponen de rastrillos, tenedores, palos (cilíndricos o planos, como los palos de los polos) y varitas. Puede ser útil una rasqueta para uniformizar la capa de arena.

  Después de algunas sesiones de exploración, se puede proponer que memoricen grafismos realizados reproduciendo huellas en un papel (utilizar diversos medios para reproducir las huellas: pintura de dedos, pincel, trocito de esponja, bastoncillos de algodón, rotulador, lápiz...).

Hacer fotos durante la actividad permite un trabajo individual posterior, por ejemplo en relación dual, basándose en un libro de la colección Moi, Je. O en grupos reducidos: formulación a posteriori del proyecto inicial posible, descripción del trabajo realizado, e incluso reutilización en imágenes secuenciales (véanse p. 334-335, actividad 168).

Después de la explotación pedagógica, las fotos pueden formar parte del álbum de fotos de la clase.



ACTIVIDAD 154. RINCÓN DE AGUA

Objetivos pedagógicos

- Cuidar de uno mismo: protegerse.
- Cuidar de la clase: cuidar la zona próxima a ese espacio, utilizar el material adecuado para secar.
- Perfeccionar el control de los gestos (trasvase, secado).
- Hacer que tomen conciencia de la conservación de las cantidades.

Desarrollo

Para preparar el rincón de agua, se ha de disponer de:

- Un recipiente de plástico o cubetas (las «cuadradas» son más prácticas que las redondas); si se dispone de una pileta en la clase, colocar allí el o los recipientes; si no, poner esos recipientes en una mesa lo suficiente grande que no se estropee con el agua, y prever una jarra grande o un cubo para el agua limpia, así como un cubo para el agua usada al final de la actividad.
- Delantales y manguitos impermeables (tejido con capa plástica, material plástico...).
- Una base adaptada (estantería con ruedas, secatoallas de biombo, carritos de verduras de hilo metálico recubierto...) para el material de limpieza[92]: bayetas para el suelo, trapos y esponjas para los muebles.
- Recipientes diversos: frascos[93] de plástico de formas variadas, mejor transparentes o translúcidos, vasitos o botes cilíndricos o en forma de cono truncado, palitas o cucharas (reciclaje de algunos vasitos medidores de polvos de lavar, por ejemplo) en una rejilla donde podrán poner cosas a secar después, por ejemplo.

- *Etapa 1*: actividades libres. Pueden ser con predominio sensorial (gusto de tocar el agua, de hacerla correr entre las manos, por la piel...) o sobre actividades de trasvase. Insistir en la importancia de no mojarse la ropa (el delantal está para proteger, pero no está a prueba de según qué operaciones) ni las zonas próximas: se ha de poder dejar el lugar limpio después de haber usado bayetas, esponjas y trapos. Asegurarse de que se respetan estas consignas, y de que al final de la actividad los recipientes vuelven a colocarse, con la abertura hacia abajo, en la rejilla donde se colocan.
- *Etapa 2*: comparación de contenidos. Se necesitan muchas repeticiones y múltiples manipulaciones para que se establezca la conservación de las cantidades, que se adquiere con claridad mucho más tarde. En un primer tiempo, se puede fijar como objetivo conseguir que los niños y niñas se den cuenta de que cuando se repite un experimento se observa el mismo fenómeno: por ejemplo, si Sandrine ha comprobado un día que el bote de champú contiene más agua que el de yogur, sigue siendo igual en cualquier otro momento y con cualquier otra persona que lo trasvase.

92. Proponer con anterioridad algunas actividades de limpieza de las mesas o del suelo con bayetas, trapos y esponjas.

93. Se pueden utilizar los que fueron propuestos para las actividades de emparejamientos (véase actividad 7: «El desarrollo del espíritu lógico», p. 65). Recordad: los frascos que hayan contenido un líquido, comestible o no, tienen que lavarse y aclararse muy bien antes de ponerlos a disposición de los niños. Tienen que limpiarse frecuentemente, si fuera posible después de cada utilización, y secarlos siempre.

Además de la adquisición de competencias matemáticas relativas a los volúmenes, se puede trabajar el rincón de agua en actividades científicas tales como líquido-sólido (cubito), fenómeno de absorción, caudal, horizontalidad de la superficie libre de un líquido, flota-o-se-hunde...



ACTIVIDAD 155. ORDENAR LAS CAZUELAS EN EL RINCÓN COCINA

Véase primera parte, actividad 37, pág. 108.

Material



ACTIVIDAD 156. LOS DOS BOLES

Objetivos pedagógicos

- Perfeccionar la pinza.
- Ejercitar la mano dominante.
- Mejorar la coordinación ojo-mano.
- Aumentar la atención.
- Practicar la concentración.
- Comparar cantidades por estimación perceptiva.
- Experimentar la conservación de la cantidad.
- Utilizar en contexto el vocabulario «vacío», «lleno»…

Desarrollo

El material necesario para esta actividad consiste en una bandeja y dos boles idénticos[94], de los que uno está lleno hasta la mitad de coditos de pasta (o de guisantes partidos, más grandes y más

94. Podemos usar boles de porcelana o de cristal, o también de cerámica (material mucho más delicado) pero siempre que hayamos llamado la atención del alumnado sobre la fragilidad de este material y que les hayamos informado del peligro del cristal o de la cerámica cuando se rompen. La confianza que les mostramos hace que los niños y las niñas se responsabilicen, y se ve recompensada por un cuidado y una concentración especiales: no hay prácticamente roturas.

fáciles de coger, o de garbanzos, diferentes de los coditos pero de una dificultad comparable). El trabajo consiste en pasar los coditos de un bol a otro, a puñados al principio, y uno por uno los últimos que quedan. Esta actividad, que puede no parecerle interesante a un adulto, permite a los alumnos y alumnas descubrir un material que rara vez se pone a su disposición, y observar ciertos aspectos sensoriales: tocar, sonido de cada pasta cuando cae (sonido que varía según si el bol está vacío o un poco lleno), o la posibilidad de depositar con cuidado la pasta para que produzca el menor ruido posible. Además, es una ocasión para experimentar la conservación de una cantidad: incluso aunque se reparta entre los dos boles, la cantidad de coditos de pasta no varía; podemos volver a poner todos los coditos en el bol donde estaban al principio.

Los alumnos que han adquirido la competencia motriz del transporte utilizando coditos de pasta pueden practicar con objetos más finos: pastas más pequeñas, lentejas o trigo. Se puede proponer también el uso de una pinza de depilar para el transporte de cada lenteja o grano de trigo, lo que contribuye a desarrollar la musculatura de la mano y a desarrollar la prensión pulgar-índice; como esta herramienta generalmente no la conocen los alumnos, manifiestan un interés especial por utilizarla. Se puede también utilizar una cucharita o una cuchara sopera: en ese caso, han de intentar no hacer ruido cuando la cuchara toca el bol.



ACTIVIDAD 157. LAS DOS JARRAS

Objetivos pedagógicos

- Desarrollar la coordinación ojo-mano.
- Perfeccionar el control de los gestos del transporte de líquidos.
- Hacer que tomen conciencia de la conservación de cantidades.

Desarrollo

Dos jarras idénticas, mejor transparentes[95], la una llena de agua, a ser posible coloreada (utilizar un colorante alimentario sin azúcar), una esponja y un trapo para secar las posibles salpicaduras: todo esto se coloca en una bandeja de transporte y de trabajo.

95. No hay ningún inconveniente en utilizar jarras de cristal. En este caso, es imprescindible advertir a los alumnos y las alumnas de la fragilidad de este material e informarlos del peligro del cristal roto. La confianza que les mostramos hace que se responsabilicen y se ve recompensada por un cuidado y una concentración especiales: no hay prácticamente roturas.

Verter lentamente y con cuidado el líquido de una jarra en la otra, aguantando por el asa: utilizar la esponja o el trapo para secar las salpicaduras si se cae agua de la bandeja, e igualmente para secar el pitorro después de cada trasiego, así como el interior de la jarra vacía después de su uso. Las jarras no deben tocarse cuando se está vertiendo agua; esta debe caer por el pitorro y no por cualquier otra parte del borde de la jarra.

El interés se renueva si se cambian las jarras durante el curso, presentando siempre dos jarras idénticas: se puede de este modo variar la forma de los recipientes, la de su asa, y la cantidad (y, por tanto, la masa) del líquido. Empezar por jarras que contengan más o menos un cuarto de litro; en las clases de 2-3 años, el máximo será medio litro.

Esta actividad permite compensar parcialmente la ausencia de la zona de agua en la clase.



ACTIVIDAD 158 . PIEZAS PARA PONER UNA JUNTO A OTRA

Objetivos pedagógicos

- Comparar longitudes.
- Distinguir entre longitud y color.
- Elaborar un procedimiento eficaz de comparación de longitudes.

Desarrollo

En una base de madera natural se colocan cinco piezas de alturas diferentes, algunas no simétricas; se trata de ponerlas de manera que se obtenga un borde superior continuo o bien una escalera regular.

Los materiales de seriación (actividades 38 a 42, de la p. 108 a la p. 113) pueden ser utilizados de nuevo aquí.

Juegos



ACTIVIDAD 159. RANA SALTARINA

Objetivos pedagógicos

- Transportar una longitud dada.
- Comparar longitudes.

Desarrollo

Este juego (cuyo nombre original es Hopse Frosch) está formado por una caja de ordenar que sirve para tiradas aleatorias, de cuatro ranas y de palos de diferentes longitudes.

Cada jugador coloca su rana al lado de cada uno de los extremos del sobre de la mesa; cuando le toca jugar, saca un palo aleatoriamente de la caja de ordenar, lo coloca delante de su rana y desplaza entonces su rana para ponerla en el otro extrema del palo. Gana el primero que ha hecho atravesar toda la mesa a la rana.

Expresión escrita

Las fotos que se hacen durante las actividades, con un pie de foto dictado al adulto, y pegadas luego en un cartel, permitirán dar cuenta de los trabajos realizados y recordarlos. Una versión reducida del cartel puede ponerse en el álbum de clase.

Evaluación

Referencial de competencias

- Comparar la longitud de dos objetos de forma visual o táctil.
- Indicar, para dos objetos dados, cuál es más corto que el otro.
- Seleccionar, de un conjunto de objetos, un objeto más largo que otro dado.
- Seleccionar, de un conjunto de objetos, un objeto más corto que un objeto dado.
- Utilizar de forma pertinente , en contexto, los adjetivos «pequeño», «grande», «pesado», «ligero», «lleno», «vacío», «largo», «corto».

- Seleccionar, de un conjunto de recipientes idénticos, el recipiente más lleno.
- Seleccionar, de un conjunto de recipientes idénticos, el recipiente menos lleno.

15
La masa

Puntos de referencia matemáticos

Los objetos geométricos, al ser por naturaleza abstractos, inmateriales, no pueden tener peso. El concepto de masa está claramente ligado a la materia; por tanto, tiene que ver con la física y no con las matemáticas. Sin embargo, el estudio de los movimientos simples nos ha llevado desde hace tiempo a establecer como modelo los objetos materiales, teniendo en cuenta la magnitud «masa».

En la lengua corriente, masa y peso se utilizan como sinónimos. En física, la masa es una magnitud ligada a un objeto, y el peso es la fuerza ejercida sobre ese objeto por la atracción de la gravedad: un objeto de una masa dada tiene un peso diferente según la altitud, su peso disminuye ligeramente del polo al ecuador; del mismo modo, tiene un peso diferente en la Luna y en la Tierra.

Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Comparación sensorial

El sentido bárico, que nos permite comparar masas de forma perceptiva sopesándolas, se ejercita actualmente bastante poco. Aunque se practique, sigue siendo

poco preciso: en efecto, la concurrencia de distintas variables, contribuye a perturbar la sensación que se experimenta; por ejemplo, una malla de patatas, con un pequeño punto de agarre, y una mochila de la misma masa no producen la misma impresión. En general, con repeticiones abundantes se consigue calcular con bastante precisión masas que corresponden a cierto tipo de objetos o de materiales, a veces incluso sólo por la aproximación a un valor dado. Por ejemplo, un empleado de correos puede muchas veces decir sin necesidad de recurrir al pesacartas si un sobre pasa o no de los veinte gramos del primer nivel de franqueo: pero ante varios objetos de apariencia variada (trozos de tela, frutas pequeñas) no es seguro que determine sin error los que pesan menos de veinte gramos. Del mismo modo, un empleado de una mantequería o un carnicero aprecian con bastante precisión, del orden de cinco a diez gramos, para uno la masa de un trozo de mantequilla y, para el otro, la de un bistec. Sin embargo, con cualquier otro producto no poseen la misma competencia.

Comparación mediante instrumentos

La imprecisión del recurso al sentido bárico impone el uso de instrumentos. Puede tratarse de instrumentos de lectura directa, como las antiguas romanas, de los pesacartas, muy imprecisos, o de las modernas balanzas digitales que ponen la masa en números; es decir, que asocian un valor numérico para cada masa que se pone en ella. En educación infantil, teniendo en cuenta que los números que aparecen no forman parte de lo conocido por parte de los alumnos, tales instrumentos sólo pueden utilizarse para determinar una masa de materia dada, por ejemplo 150 gramos de harina; no se pueden utilizar fácilmente para comparar las masas de diferentes objetos. A la inversa, las balanzas de barra con platillos que cuelgan o de tipo Roberval se adaptan a la comparación de dos masas por simple pesada.

Distinción entre masa y volumen

Para una materia homogénea, la masa es proporcional al volumen, ya que el coeficiente de proporcionalidad es la masa volúmica. Pero estas dos magnitudes son

diferentes: es mejor, pues, evitar situaciones que se presten a confusión. Esto lleva a dejar de lado el uso de la jarra medidora, con la que el volumen puede confundirse con la masa.

Modalidades de explotación pedagógica

A propósito de la masa en las clases de 2-3 años, proponemos pocas actividades, pues tenemos como objetivo una primera toma de conciencia de esta magnitud y su distinción del volumen, apoyándonos ya sea en la percepción bárica o en el material.

No encontraremos en este capítulo ninguna propuesta de actividad ritual, de trabajo en grupo, ni de juego.

En estas clases no es pertinente realizar ninguna evaluación formal en este ámbito.

Actividad motriz global



ACTIVIDAD 160. LOS MOZOS DE MUDANZAS (2)

Objetivos pedagógicos

- Distinguir volumen y masa.
- Comparar objetos según su masa.

Desarrollo

Camiones con remolque, cajas de cartón de tamaños diversos y cargadas sin proporción con el volumen: algunas cajas del mismo tamaño contienen masas diferentes y otras muy pequeñas pueden contener masas muy grandes.

No intentamos, en las clases de 2-3 años, obtener una ordenación por masas de menor a mayor, sino simplemente intentar que sean conscientes de la independencia entre masa y tamaño.

Actividad funcional o de vida diaria



Actividad 161. Rincón de tiendas

Objetivos pedagógicos

- Confrontar percepciones táctiles, kinestésicas y báricas.
- Utilizar una balanza, familiarizarse con su funcionamiento.
- Comparar masas.

Desarrollo

Diversos objetos (alimentos de imitación, por ejemplo) se ponen a la disposición de los alumnos, así como una o varias balanzas sencillas y fuertes[96].

Las fotos que se hacen durante la actividad pueden permitir una revisión de lo trabajado en el taller, donde se pide a los alumnos y alumnas que confronten sus experiencias, comparen sus tentativas, sus métodos, sus observaciones, y que utilicen en contexto los términos «pesado» y «ligero», y también los comparativos.

Material



Actividad 162. Balanza con pesas encajabales*

Objetivos pedagógicos

- Experimentar el equilibrio.
- Comparar masas a través de la utilización del mecanismo simple de una balanza rudimentaria.
- Utilizar en contexto las expresiones «más pesado» y «más ligero»,

96. Por ejemplo la balanza de madera de Celda.

Desarrollo

La balanza está formada por un platillo que posee dos líneas de cinco alvéolos y que se mantiene en equilibrio sobre una parte redondeada. Se pueden colocar cinco pares de cilindros coloreados de alturas diferentes en los alvéolos, ya sea respetando la horizontalidad del platillo de base (equilibrio) o ya sea inclinándolo.

* Distribuida por Nature et Découverte.

Expresión escrita

Las fotos que se hacen durante las actividades, con un pie de foto dictado al adulto, y pegadas luego en un cartel, permitirán dar cuenta de los trabajos realizados y recordarlos. Una versión reducida del cartel puede ponerse en el álbum de clase.

Evaluación

Referencial de competencias:

- Comparar la masa de dos objetos de forma sensorial (bárica) cuando la diferencia de masas es grande.
- Utilizar de forma pertinente, en contexto, los adjetivos «pequeño», «grande», «pesado» y «ligero».

16
Situarse en el tiempo

Puntos de referencia matemáticos

El concepto de tiempo pertenece al ámbito de las ciencias físicas y no al de las matemáticas: en efecto, la casi totalidad de los objetos de estudio de las matemáticas, en especial los números y las figuras geométricas, son independientes del tiempo.

Como para las masas, el tiempo se ha establecido como modelo con motivo al estudiar el movimiento, donde interviene como una variable numérica que toma sus valores del conjunto de los números reales, muchas veces representados por una recta. Un valor numérico, abscisa de un punto de la recta del tiempo, representa un instante; un intervalo numérico, imagen de un segmento de la recta del tiempo, representa una duración. Los instantes sólo se pueden observar, mientras que la duración es una magnitud que se puede medir.

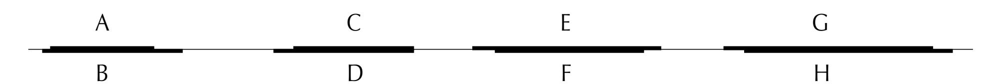
Puntos de referencia pedagógicos y didácticos

Especificidad del tiempo

El tiempo que pasa presenta dos características:

- Es una magnitud continua: no podemos hablar de un instante consecutivo a otro: entre dos instantes se sitúan una infinidad de otros instantes.
- El paso del tiempo es irreversible: no podemos reproducir exactamente un fenómeno relacionado con el tiempo, sólo podemos construir un nuevo ejemplar posterior al primero y que por lo tanto no podemos de ninguna manera comparar con él.

Proceder a una comparación directa de dos intervalos de tiempo sólo es posible si coinciden el principio o el final, o si uno de los dos empieza después del otro y termina, como muy tarde, cuando el otro se termina.



A (respectivamente C, resp. F) es más corto que B (respectivamente D, resp. E); G y H no pueden compararse directamente.

Procedimientos de comparación de los tiempos

La percepción que tenemos del tiempo, incluso en la edad adulta y, con más razón, en la infancia, está estrechamente ligada a consideraciones afectivas: todos hemos observado que algunas horas nos parecen interminables mientras otras pasan sin que nos demos cuenta. Para comparar tiempos, resulta pues indispensable, cada vez que una comparación directa no es posible, referirse a fenómenos de los que se ofrece una repetición exacta: ese patrón puede ser la duración de una canción que suena en una casete o un disco, el tiempo que tarda en caer una cantidad de materia (reloj de arena o clepsidra...). Hay instrumentos graduados más sofisticados que permiten dar valores numéricos a instantes o tiempos: relojes y cronómetros. De la comparación de valores numéricos se sacan entonces informaciones que permiten acabar con la comparación de los tiempos.

El aprendizaje relativo al tiempo en las clases de 2-3 años

En el marco escolar, el aprendizaje relativo al tiempo pertenece al ámbito de las matemáticas, pero también al de la historia y al de la gramática, y después al de diferentes ciencias (biología, geología, física, astronomía...). En educación infantil se trabajan tres aspectos principales:

- La determinación del tiempo gracias al calendario y a los relojes.
- La cronología, ya se trate de la anterioridad causal o de la anterioridad memorizada.
- La duración.

En las clases de 2-3 años, estos aprendizajes son necesariamente muy modestos, y no proponemos, en estos temas, actividades en cada uno de los apartados, sino simplemente en las actividades motrices globales, en actividades rituales y en explotaciones de material.

Resulta indispensable repetir con regularidad las mismas actividades en el mismo orden para facilitar la construcción de puntos de referencia, tanto durante el día como durante la semana.

Modalidades de explotación pedagógica

Actividades motrices globales



ACTIVIDAD 163. RAYUELA DE LA SEMANA EN COLOR

Objetivos pedagógicos

- Contribuir a la memorización de una rima infantil sobre los días de la semana.
- Recordar los nombres de los días de la semana.
- Familiarizarse con el orden de sucesión de los días de la semana.
- Reconocer siete colores cuando se nombran.

Desarrollo

Esta actividad hace referencia a la canción *La semaine en couleur*[97].

Le lundi est tout gris	El lunes es muy gris
Jaune clair c'est le mardi	Amarillo claro es el martes
Mais voici le mercredi rose	Pero llega el miércoles rosa
On se repose	Y descansamos[98]
Jeudi bleu vient à son tour	Luego llega el jueves azul
Vendredi vert le suit toujours	Y le sigue el viernes verde
Samedi rouge	Sábado rojo
Dimanche blanc	Domingo blanco
C'est la joie pour les enfants!	¡Qué alegría para los niños!

En el taller se colocan alfombras de color gris, amarillo, rosa, azul, verde, rojo y blanco.

- *Fase 1*: se colocan (el maestro previamente, o los alumnos al principio de la actividad) una junto a otra, como un camino de baldosas de colores, en el orden en que aparecen en la rima. Los alumnos saltan de una a otra recitando la poesía.
- *Fase 2*: se colocan las alfombras en desorden en la sala. Los alumnos las utilizan como etapas de un recorrido a medida que se va recitando la rima.

Actividades rituales



ACTIVIDAD 164. LAS CORTINAS DE LAS CUATRO ESTACIONES

Objetivos pedagógicos

- Simbolizar cada estación con algunos signos característicos.

Desarrollo

Si las recomendaciones de la comisión de seguridad de la escuela no se oponen, se puede colocar, en unos cristales bajos situados a la vista de alumnos y alumnas, una cortina con un

96. Página web del CDP del Aut.-Rhin. Encontramos canciones y rimas infantiles análogas en las páginas web *momes.net* y *grandmonde.com*
97. En Francia, los miércoles no hay clase y por eso es un día de descanso.

dibujo que cambie a lo largo de las estaciones: por ejemplo, frutas como manzanas, peras o uvas para el otoño, muñeco de nieve para el invierno, flores en primavera, estrella de mar y barquito en verano.

En cada cambio de estación, se procede a quitar la o las cortinas que caracterizan la estación anterior y a instalar el nuevo cortinaje.



ACTIVIDAD 165. VESTIR CADA DÍA A LA MARIONETA DE LA CLASE*

Objetivos pedagógicos

- Educar en las prácticas de higiene y de limpieza.
- Poner de relieve la sucesión de los días de la semana.
- Hacer hincapié en el ciclo semanal de los días.

Desarrollo

Vestir a la marioneta, a la muñeca o a la mascota de la clase, cada mañana, con vestidos limpios.

Lo ideal es disponer de un mueble-agenda semanal con siete cajones o compartimentos en el rincón de las muñecas, donde se colocan los vestidos, un conjunto para cada día.

Al final de la jornada escolar, los alumnos y las alumnas proceden a desvestir a la muñeca y a ponerle el pijama antes de decirle «hasta mañana». Entonces, se ponen los vestidos del día en el cesto de la ropa sucia. Cada lunes, se lava toda la ropa acumulada de la semana anterior.

* Basado en una idea de B. Quinot, profesor de geografía e historia en el Instituto Universitario de formación del profesorado de Versalles, centro de Cergy.



ACTIVIDAD 166. PONER AL DÍA EL CALENDARIO

Objetivos pedagógicos

- Ayudar a reconocer la duración de una semana.
- Poner de relieve la sucesión de los días de la semana.
- Hacer hincapié en el ciclo semanal de los días.

Desarrollo

En las clases de 2-3 años, solamente puede tener sentido un trabajo que se refiera a una semana. Los calendarios de meses y, con más razón, los de todo el año superan lo que la mayoría de los niños de estas clases pueden entender. En cambio, la repetición frecuente del ciclo semanal permite una primera aproximación al tiempo que pasa. Resulta muy adecuado un panel de fieltro grueso en el que se simbolizan los días en siete columnas verticales. Además se necesitan etiquetas con los nombres de los días y viñetas para las actividades. Siete tiras, cada una de la anchura de una columna, pegadas en la parte de arriba del panel y que se bajan para esconder los días correspondientes, permiten que se observe el transcurso de la semana.



Actividad 167. Memorización de las canciones, rimas y retahílas de los días de la semana

Objetivos pedagógicos

- Memorizar los nombres de los días de la semana.
- Acostumbrarse al orden de sucesión de los nombres de los días de la semana.

Desarrollo

Como para la serie de los nombres de los números, la memorización de canciones, rimas y retahílas que hacen referencia al tiempo (días de la semana, estaciones) contribuye a ayudar a niños y niñas a familiarizarse con algunos fenómenos relativos al tiempo que pasa, y en particular a recordar los nombres específicos para designar ciertos momentos. Aconsejamos que el repertorio memorizado a lo largo del curso contenga varias canciones, rimas y retahílas relativas al tiempo.

Material



Actividad 168. Imágenes secuenciales

Objetivos pedagógicos

- Buscar indicios para reconocer un acontecimiento importante.
- Situar una fecha conocida importante respecto a otra.
- Ordenar algunas fechas conocidas.

Desarrollo

Las primeras imágenes secuenciales que se han de utilizar en la clase de 2-3 años están compuestas por fotos hechas durante las actividades realizadas en clase, escenas donde se ve a varios niños o niñas y elementos que permiten restablecer la cronología.

En relación dual (quizás con la marioneta de la clase, por ejemplo, y como trabajo individual en un álbum del tipo Moi, Je o en presentación al grupo-clase, se les dice que busquen algunos indicios de cada foto para reconocer cada acontecimiento importante. Posteriormente, se pueden comparar dos fotos, para situarlas cronológicamente; finalmente, pueden usarse como imágenes secuenciales (trabajo sobre la cronología, de tres a cinco fotos como máximo)

Se pueden proponer luego imágenes secuenciales exteriores a la vida diaria de la clase, especialmente en relación con las lecturas de álbumes.



ACTIVIDAD 169. FRISO PUZLE CRONOLÓGICO

Objetivos pedagógicos

- Buscar indicios para reconocer un acontecimiento importante.
- Situar un acontecimiento conocido importante respecto a otra.
- Ordenar algunas fechas conocidas.

Desarrollo

Después de las imágenes secuenciales formadas por fotos de acontecimientos importantes vividos en la clase, se pueden proponer frisos cronológicos cuyas escenas se juntan mediante recortes de bordes irregulares, y construir un puzle de varias piezas.

Expresión escrita

Las fotos que se hacen durante las actividades, con un pie de foto dictado al adulto, y pegadas luego en un cartel, permitirán dar cuenta de los trabajos realizados y recordarlos. Una versión reducida del cartel puede ponerse en el álbum de la clase.

Evaluación

Referencial de competencias

- Ordenar algunas imágenes (de tres a cinco) que expresen la evolución en el tiempo de una situación conocida.
- Distinguir los dos significados de la palabra «tiempo» (el «tiempo» que hace y el «tiempo» que pasa o que se tarda en hacer algo).
- Decir los días de la semana, aunque sea en desorden.
- Nombrar los días de la semana (aunque no sean todos) asociándolos a determinados acontecimientos.

Modalidades de evaluación

No hay que prever ningún dispositivo formal: la observación de los alumnos a diario basta para disponer de informaciones bastante precisas sobre las adquisiciones de estas competencias por parte de cada niño o niña.

Referencias bibliográficas

AA.VV. (2002): *Documentos de aplicación de los programas, matemáticos, ciclo de aprendizajes fundamentales*. Centro Nacional de Documentación Pedagógica, 2002, p. 8.

ADOSEN (2002): «Les rythmes de l'enfant». *Bulletin*. Association d'Education a la Santé, 137.

BARTH B.-M. (1987): *L'apprentissage de l'abstraction.* Paris. Retz.

BIDEAUD, J. (1998): *Logique et bricolage chez l'enfant*. Lille. Presses universitaires de Lille, p. 87.

BRISSIAUD, R. y otros (1998): *J'apprends les maths, CE1. Livre du maître*. Paris. Retz, p. 28.

CALCE-BARRE, É. (2000): *La géométrie dans l'espace en petite section en maternelle, est-ce posible?* Memoria de maestro en prácticas. Instituto universitario de formación del profesorado de Versailles, centro de Cergy.

CERQUETTI-ABERKANE, F.; BERDONNEAU, C. (1994): *Enseigner les mathématiques à la maternelle.* Paris. Hachette, pp. 9-10.

CHALON-BLANC, A. (1997): *Introduction à Jean Piaget.* Paris. L'Harmattan, p. 37.

CHANTEAU-CONSEIL, J. (1987): *Chansons primaire*, vol. 1, p. 9.

DIRECCIÓN DE ENSEÑANZA ESCOLAR, OFICINA DE PROGRAMACIÓN DE CONTENIDOS DE LA ENSEÑANZA (2005): «Vers les mathémathiques, quel travail en maternelle?». *Documentos de acompañamiento de los programas 2002.* Centro Nacional de Documentación Pedagógica, febrero 2005, pp. 20-23

FAYOL, M. (1990): *L'Enfant et le nombre, du comptage à la résolution de problèmes*. Neuchâtel, Paris. Delachaux et Niestlé.

— (2001-2002): «Des idées aux mots, la production du langage». *Sciences Humaines*, 35.

INSERM (2001): *Rythmes de l'enfant: de l'horloge biologique aux rythmes scolaires*. Dosier de prensa, p. 3.

METHOUDI, C.; YAICHE, A. (1992, 1997 y 2003): *Travailler par cycles en mathématiques: à l'école de la petite section au CM2*. Paris. Hachette.

MINISTERIO DE JUVENTUD, DE EDUCACIÓN E INVESTIGACIÓN, DIRECCIÓN DE ENSEÑANZA ESCOLAR (2003): *Pour une scolarisation réussie des tout-petits.* Centro Nacional de Documentación Pedagógica, julio 2003, p 22-23.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN, DIRECCIÓN DE ESCUELAS (1986): *Compléments aux programmes et instructions du 13 mai 1985*: «Activités géométriques», junio 1986, p. 3.

MISSANT, B. (2001): *Des ateliers Montessori à l'école, une expérience en maternelle.* Paris. ESF, p. 42.

POULIOT, L. (2000): *Les comptines et jeux de doigts comme contribution a`la construction du nombre,* mémoire professionnel de Professeur des Ecoles, I.U.F.M. de Versailles, centre de Cergy.

REY, M. (1982): *Rythmes d'enfance*. Éditions Les Plaisirs et les Jeux, p. 45.

STERI, A. (1994): «Comment l'homme perçoit-il le monde?», en WEIL-BARAIS, A. *L'Homme cognitif.* Paris. Presses universitaires de France, pp. 101-102.

VINCENT, M. (1994): *La journée du petit Alexandre,* disque Merlin, CD 6494 (45, avenue de Brocéliande, 35400 Saint-Malo).

WEIL-BARAIS, A. y otros (1994): *L'Homme cognitif.* Paris. Presses Universitaires de France, p. 481.